

عدد المسائل: اربع	مسابقة في مادة الرياضيات	الاسم:
	المدة: ساعتان	الرقم:

ملاحظة: - يسمح باستعمال آلة حاسبة غير قابلة للبرمجة او اختزان المعلومات او رسم البيانات.
- يستطيع المرشح الإجابة بالترتيب الذي يناسبه (دون الالتزام بترتيب المسائل الواردة في المسابقة)

I- (4 points)

Le tableau ci-dessous donne le nombre de télévisions demandées en fonction du prix de vente d'une télévision en centaines de milliers LL:

Le prix de vente d'une télévision en centaines de milliers LL (x_i)	8	9	10	11	13	15
Nombre de télévisions demandées (y_i)	25	22	20	16	10	7

Toutes les réponses seront arrondies à 10^{-1} près.

- Calculer les coordonnées du point moyen $G(\bar{x}; \bar{y})$.
 - Représenter le nuage des points $(x_i; y_i)$ dans un repère orthogonal et placer le point moyen G.
 - Déterminer une équation de la droite de régression ($D_{y/x}$) et la tracer dans le repère précédent.
- Calculer le pourcentage de diminution du nombre de télévisions demandées lorsque le prix de vente d'une télévision augmente de 900 000 LL jusqu'à 1 300 000 LL.
- On suppose que le modèle précédent reste valable pour un prix de vente inférieur ou égal à 1 700 000 LL. Estimer le nombre de télévisions demandées à un prix de 1 590 000 LL.
- Vérifier que l'élasticité de la demande en fonction du prix x est donnée par $E(x) = \frac{2,7x}{2,7x - 46,1}$.
 - Calculer $E(11)$ et donner une interprétation économique à la valeur ainsi trouvée.

II- (4 points)

Une enquête est menée sur les clients d'une entreprise de télécommunication qui ont acheté une seule ligne de téléphone mobile prépayée de type E ou F.

Après l'achat de la ligne téléphonique, un client peut ne pas souscrire à l'internet ou bien souscrire à l'internet en choisissant uniquement l'une des deux options A (500 mégabits) ou B (1,5 gega bits).

L'entreprise a constaté que :

- 60% des clients ont acheté chacun une ligne de type E ;
- Parmi les clients qui ont acheté chacun une ligne de type E :
45% ont choisi l'option A, 35% ont choisi l'option B et 20% n'ont pas souscrit à l'internet ;
- Parmi les clients qui ont acheté chacun une ligne de type F, 55% ont choisi l'option A ;
- 18% des clients qui ont participé à l'enquête n'ont pas souscrit à l'internet.**

On interroge un client au hasard. On considère les événements suivants :

E : « le client interrogé a acheté une ligne de type E » ; A : « le client interrogé a choisi l'option A » ;
B : « le client interrogé a choisi l'option B » ; C : « le client n'a pas souscrit à l'internet ».

- Quelle est la probabilité que le client ait acheté une ligne de type F ?
- Calculer la probabilité $P(C \cap E)$ et déduire que $P(C \cap \bar{E}) = 0,06$.
 - Le client a acheté une ligne de type F. Calculer la probabilité que ce client n'ait pas souscrit à l'internet.
- Le tarif mensuel d'une ligne de type E est 30 000 LL et d'une ligne de type F est 40 000 LL.
En plus, l'option A coûte 10 000 LL et l'option B coûte 20 000 LL par mois.
Soit X la variable aléatoire égale à la somme mensuelle payée par un client ayant participé à l'enquête.
 - Compléter le tableau ci-contre représentant la loi de probabilité de X.
 - Calculer $E(X)$, l'espérance mathématique de X.
 - Estimer, en LL, le revenu réalisé lors d'une vente de 100 000 lignes par l'entreprise.

$X = x_i$	30 000	40 000	50 000	60 000
$P(X = x_i)$			0,43	0,12

III- (4 points)

En 2011, le nombre des étudiants d'une université était 3 000.

Chaque année académique, 12% des étudiants quittent l'université pour différentes raisons et 480 nouveaux étudiants s'inscrivent dans cette université.

On note U_n le nombre des étudiants dans cette université en $(2011 + n)$. Ainsi $U_0 = 3 000$.

- 1) Vérifier que $U_1 = 3 120$.
- 2) Justifier que, pour tout entier naturel n , $U_{n+1} = 0,88U_n + 480$.
- 3) On considère la suite (V_n) définie, pour tout entier naturel n , par : $V_n = U_n - 4 000$.
 - a- Montrer que (V_n) est une suite géométrique dont on déterminera la raison et le premier terme.
 - b- Montrer que, pour tout entier naturel n , $U_n = 4 000 - 1 000 (0,88)^n$.
 - c- Estimer le nombre d'étudiants dans cette université en 2017.
- 4) Le profit réalisé par cette université en 2017 était 3 535 000 000 LL.

Dans le but de construire un laboratoire, l'université a décidé d'investir 10% du profit réalisé en 2017 dans une banque à un taux d'intérêt annuel de 6% capitalisé mensuellement pour 5 ans. Calculer la valeur acquise à la fin de ces 5 ans d'investissement.

IV- (8 points)

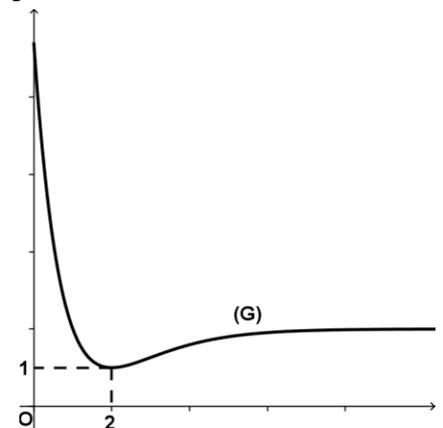
Partie A

On considère la fonction f définie sur $[0, +\infty[$ par : $f(x) = 2x + 1 + xe^{-x+2}$ et l'on désigne par (C)

sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

Soit (d) la droite d'équation $y = 2x + 1$.

- 1) Déterminer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ et calculer $f(1)$.
- 2) a- Etudier, suivant les valeurs de x , la position relative de (C) et (d) en précisant les coordonnées de leur point d'intersection.
b- Montrer que (d) est une asymptote à (C).
- 3) a- Montrer que $f'(x) = 2 + (1-x)e^{-x+2}$.
b- La courbe (G) donnée ci-contre représente la fonction f' . Vérifier que $f'(x) > 0$ pour tout x dans $[0, +\infty[$.
c- Dresser le tableau de variations de f .
- 4) La droite (D) d'équation $y = 4x$ coupe la courbe (C) au point d'abscisse α . Montrer que $1,66 < \alpha < 1,68$.
- 5) Tracer (d), (D) et (C).



Partie B

On suppose dans ce qui suit que $\alpha = 1,67$.

Une entreprise produit des montres. La fonction du coût moyen C_M , est

modélisée par $C_M(x) = 2 + \frac{1}{x} + e^{-x+2}$ pour tout $0 < x \leq 4$;

où x est le nombre de montres produites exprimé en centaines.

Les fonctions du coût total, coût moyen, revenu et profit ainsi que le prix unitaire sont exprimés en millions de LL.

- 1) Calculer $C_M(3)$. Déduire, en LL, le coût moyen de production d'une montre parmi les 300 premières montres produites.
- 2) Vérifier que la fonction du coût total C_T est modélisée par $C_T(x) = f(x) = 2x + 1 + xe^{-x+2}$.
- 3) Sachant que toute la production est vendue, la fonction de revenu R est modélisée par $R(x) = 4x$.
 - a- Déterminer le nombre minimal de montres à vendre pour que l'entreprise réalise un gain.
 - b- 20% des montres vendues sont défectueuses. Chaque montre défectueuse est vendue pour 12 000 LL et chaque montre non défectueuse est vendue pour p LL. Montrer que $p = 47 000$.