

الاسم:
الرقم:

مسابقة في مادة الرياضيات
المدة: ساعة

عدد المسائل: ثلاث

ملاحظة: - يسمح باستعمال آلة حاسبة غير قابلة للبرمجة او اختزان المعلومات او رسم البيانات.
- يستطيع المرشح الإجابة بالترتيب الذي يناسبه (دون الالتزام بترتيب المسائل الواردة في المسابقة).

I- (5 points)

Dans un magasin, les pantalons ont tous le même prix et les chemises ont toutes le même prix.

Diala achète 3 pantalons et 4 chemises et paye 240 000 LL.

Joudi achète 2 pantalons et 2 chemises et paye 140 000 LL.

- 1) Calculer le prix d'un pantalon et celui d'une chemise.
- 2) Le magasin propose deux offres pour Diala si elle achète 5 pantalons et 5 chemises:
 - **Offre 1**
10 % de réduction sur le prix d'un pantalon et 30 % de réduction sur le prix d'une chemise.
 - **Offre 2**
60 000 LL de rabais sur le montant total.

Lequel des deux offres est le plus avantageux pour Diala ? Justifier votre réponse.

II- (5 points)

80 touristes voyagent en un bateau pour visiter une certaine île. Ces touristes sont distribués comme le montre le tableau suivant :

| L'âge en années | [16 ; 24[| [24 ; 32[| [32 ; 40[| [40 ; 48[| [48 ; 56] |
|-----------------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| Européens | 6 | 7 | 12 | 3 | 8 |
| Asiens | 3 | 13 | 11 | 12 | 5 |

- 1) Déterminer l'âge moyen des touristes européens sur ce bateau.
- 2) Le capitaine de ce bateau choisit par hasard une personne parmi ces touristes pour être un client d'honneur.

On considère les événements suivants :

E : « Le touriste choisi est Européen ».

A : « Le touriste choisi est Asien ».

Y : « L'âge du touriste choisi est strictement inférieur à 32 ans ».

a. Vérifier que la probabilité de Y est $\frac{29}{80}$.

b. Déterminer les probabilités suivantes :

$$P(E), P\left(\frac{Y}{A}\right), P(Y \cap A), P(Y \cup E) \text{ et } P\left(\frac{A}{\bar{Y}}\right).$$

III- (10 points)

Soit f la fonction définie sur l'intervalle $I =]-1; +\infty[$ par $f(x) = \frac{x^2 + 3}{x + 1}$ et soit (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

- 1) Montrer que $f(x) = x - 1 + \frac{4}{x + 1}$.
- 2) a. Déterminer $\lim_{\substack{x \rightarrow -1 \\ x > -1}} f(x)$ et déduire une équation d'une asymptote à (C).
b. Déterminer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.
c. Montrer que la droite (d) d'équation $y = x - 1$ est une asymptote à (C).
- 3) a. Vérifier que $f'(x) = \frac{(x-1)(x+3)}{(x+1)^2}$.
b. Copier et compléter le tableau de variations de f suivant :

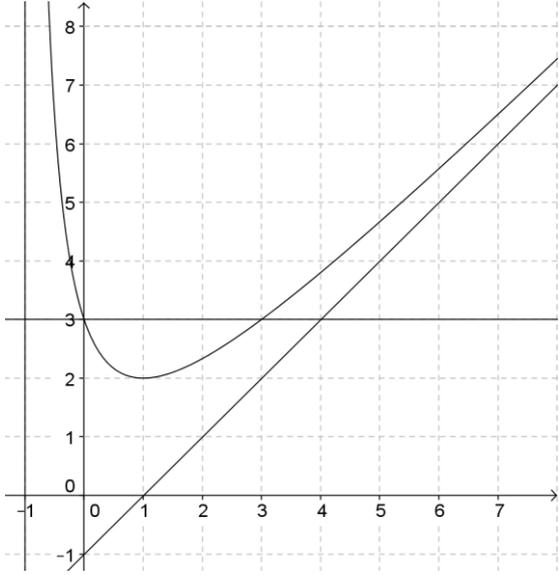
| | | | |
|---------|----|---|-----------|
| x | -1 | 1 | $+\infty$ |
| $f'(x)$ | | 0 | |
| $f(x)$ | | | |

- 4) a. Calculer les coordonnées des points d'intersection de (C) et de la droite d'équation $y = 3$.
b. Trouver une équation de la tangente à (C) au point d'abscisse $x = 0$.
c. Tracer la courbe (C) et ses deux asymptotes
- 5) Résoudre graphiquement : $2 < f(x) \leq 3$.

| QI | Corrigé | Note |
|----|---|------|
| 1 | Soi x le prix d'un pantalon et y le prix d'une chemise $\begin{cases} 3x + 4y = 240000 \\ 2x + 2y = 140000 \end{cases} \quad x = 40000 \text{ LL and } y = 30000 \text{ LL}$ | 2 |
| 2 | Offre 1: après la réduction le prix d'un pantalon sera : $40000 \times 0,9 = 36000$ Et le le prix d'une chemise : $30000 \times 0,7 = 21000$ $5 \times 36000 + 5 \times 21000 = 285000 \text{ LL}$ Offre 2 : $5 \times 40000 + 5 \times 30000 - 60000 = 290000 \text{ LL}$ L'offre 1 est plus avantageux pour Diala | 3 |

| QII | Corrigé | Note |
|-----|---|------|
| 1 | La moyenne des âges des européens est : $\frac{20 \times 6 + 7 \times 28 + 12 \times 36 + 3 \times 44 + 8 \times 52}{36} = 36 \text{ ans.}$ | 1 |
| 2.a | $P(Y) = \frac{9+20}{80} = \frac{29}{80}$ | 1 |
| 2.b | $P(E) = \frac{36}{80}$; $P(Y/A) = \frac{10}{20}$; $P(Y \cap A) = \frac{6}{80}$, $P(Y \cup E) = P(Y) + P(E) - P(Y \cap E) = \frac{52}{80}$ $P(A/\bar{Y}) = \frac{28}{51}$ | 3 |

| QIII | Corrigé | Note |
|------|---|------|
| 1 | $x - 1 + \frac{4}{x+1} = \frac{(x-1)(x+1)+4}{x+1} = \frac{x^2+3}{x+1}$ | 1 |
| 2.a | $\lim_{\substack{x \rightarrow -1 \\ x > -1}} f(x) = \frac{4}{0^+} = +\infty$ x=-1 Asymptote à (C) | 1 |
| 2.b | $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ | 1 |
| 2.c | $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (x-1)] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left[\frac{4}{x+1} \right] = 0$, y=x-1 est une asymptote à (C) | 1 |
| 3.a | $f'(x) = \frac{2x(x+1) - (1)(x^2+1)}{(x+1)^2} = \frac{x^2+2x-3}{(x+1)^2} = \frac{(x-1)(x+3)}{(x+1)^2}$ | 1 |

| QIII | Corrigé | Note | | | | | | | | | | | | |
|---------|--|----------|-----------|-----|-----------|---------|--|---|---|--------|-----------|---|-----------|----------|
| 3.b | <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td style="padding: 5px;">x</td> <td style="padding: 5px;">-1</td> <td style="padding: 5px;">1</td> <td style="padding: 5px;">$+\infty$</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">$f'(x)$</td> <td style="padding: 5px;"></td> <td style="padding: 5px; text-align: center;">-</td> <td style="padding: 5px; text-align: center;">+</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">$f(x)$</td> <td style="padding: 5px; vertical-align: top;">$+\infty$</td> <td style="padding: 5px; text-align: center;">2</td> <td style="padding: 5px; vertical-align: top;">$+\infty$</td> </tr> </table> | x | -1 | 1 | $+\infty$ | $f'(x)$ | | - | + | $f(x)$ | $+\infty$ | 2 | $+\infty$ | 1 |
| x | -1 | 1 | $+\infty$ | | | | | | | | | | | |
| $f'(x)$ | | - | + | | | | | | | | | | | |
| $f(x)$ | $+\infty$ | 2 | $+\infty$ | | | | | | | | | | | |
| 4.a | $\frac{x^2+3}{x+1} = 3$, $x^2 - 3x = 0$, donc $x = 0$ ou $x = 3$, alors les points d'intersection sont $(0,3)$ et $(3,3)$ | 1 | | | | | | | | | | | | |
| 4.b | $y - f(0) = f'(0)(x)$, $y - 3 = -3x$, $y = -3x + 3$ | 1 | | | | | | | | | | | | |
| 4.c |  | 1 | | | | | | | | | | | | |
| 5. | $x \in [0;1[\cup]1,3]$ | 1 | | | | | | | | | | | | |