

عدد المسائل: اربع	مسابقة في مادة الرياضيات	الاسم:
	المدة: ساعتان	الرقم:

ملاحظة: - يسمح باستعمال آلة حاسبة غير قابلة للبرمجة او اختزان المعلومات او رسم البيانات.
- يستطيع المرشح الإجابة بالترتيب الذي يناسبه (دون الالتزام بترتيب المسائل الواردة في المسابقة).

I- (أربع علامات)

يقوم أحد المطاعم بتوزيع نشرات إعلانية يدفع كلفتها شهرياً. يبين الجدول أدناه المبلغ الشهري المدفوع بمئات آلاف الليرة اللبنانية ل.ل. وأعداد النشرات الموزعة بالآلاف.

شهر	كانون الثاني 2018	شباط 2018	آذار 2018	نيسان 2018	آيار 2018	حزيران 2018
كلفة التوزيع (x_i) بمئات آلاف ل.ل.	1	3.5	2	5	1.5	2.4
عدد النشرات الموزعة (y_i) بالآلاف	1.2	6.4	2.6	7.2	2.1	3.2

- (١) أوجد إحداثيات مركز الثقل $G(\bar{x}, \bar{y})$.
- (٢) اكتب معادلة الانحدار الخطي $(D_{y/x})$ وارسمه في نفس المستوي الإحداثي.
- (٣) أوجد معامل الارتباط r ، وفسر القيمة التي أوجدتها.
- (٤) لنفرض أن النموذج المعطى في الجدول أعلاه يستمر صالحاً خلال سنة 2018. تسلم مدير المطعم عرضاً إعلانياً لشهر تموز قوامه توزيع 4000 نشرة إعلانية مقابل مبلغ 250000 ل.ل. ما هو القرار الأفضل لصاحب المطعم، القبول بالعرض أم الاستمرار في الإعلان بالطريقة السابقة أعلاه؟

II- (أربع علامات)

في سنة 2017 توزع طلاب السنة الثالثة الثانوية في إحدى المدارس على الشكل التالي:

- 50% من الطلاب هم في شعبة الاقتصاد والاجتماع، نجح 60% منهم في الامتحانات الرسمية
- 10% هم في شعبة العلوم العامة، نجح منهم 80% في الامتحانات الرسمية
- 40% هم في شعبة علوم الحياة
- 60% من الطلاب في جميع الفروع نجحوا في الامتحانات الرسمية

القسم الأول

يتم اختيار أحد طلاب السنة الثالثة الثانوية عشوائياً. لتكن الاحتمالات الآتية:

- E: "الطالب الذي تم اختياره هو في شعبة الاجتماع والاقتصاد". G: "الطالب الذي تم اختياره هو في شعبة العلوم العامة"
L: "الطالب الذي تم اختياره هو في شعبة علوم الحياة" S: "الطالب الذي تم اختياره نجح في الامتحانات الرسمية"

(١) أ- احسب الاحتمالين $P(G \cap S)$ و $P(E \cap S)$

ب- برهن أن $P(L \cap S) = 0.22$

(٢) الطالب الذي تم اختياره ناجح في الامتحانات الرسمية. احسب احتمال أن يكون طالباً في شعبة علوم الحياة.

القسم الثاني

عدد طلاب المدرسة في السنة الثانوية الثالثة سنة 2017 هو 50 طالباً.

يقوم الكمبيوتر، عشوائياً وفي الوقت نفسه، باختيار ثلاثة أسماء من طلاب السنة الثالثة الثانوية.

(١) تحقق أن عدد الطلاب الناجحين في الشهادة الرسمية هو 30.

(٢) ليكن X المتغير العشوائي الذي يرمز إلى عدد الطلاب الناجحين في الشهادة الرسمية ضمن الأسماء الثلاثة التي اختارها الكمبيوتر.

أ- احسب $P(X = 1)$

ب- احسب احتمال اختيار اسم واحد على الأقل من الطلاب الناجحين.

III- (أربع علامات)

- في بداية سنة 2015، أودع نبيل في البنك مبلغًا وقدره 60 مليون ل.ل. بفائدة سنوية مركبة قدرها 6%. وفي بداية كل عام وبعد احتساب الفائدة، يودع نبيل مبلغ 3 مليون إضافية في حسابه.
- لكل عدد طبيعي n ، نرمز بـ S_n قيمة الوديعة المستحقة لنبيل في نهاية العام $(2015 + n)$ بعد إيداع ثلاثة ملايين ل.ل. وهكذا فإن $S_0 = 60$ و $S_{n+1} = 1.06S_n + 3$.
- (١) احسب قيمة المبلغ المستحق لنبيل في نهاية العام 2016.
 - (٢) لتكن (V_n) المتتالية المعرفة بـ $V_n = S_n + 50$ لكل عدد طبيعي n .
أ- برهن أن (V_n) هي متتالية هندسية. أوجد نسبتها المشتركة وحدّها الأول V_0 .
ب- برهن أن $S_n = 110 \times (1.06)^n - 50$ لكل عدد طبيعي n .
ت- برهن أن (S_n) هي متتالية متزايدة.
 - (٣) احسب قيمة حساب نبيل في نهاية العام 2020.
 - (٤) يرغب نبيل في شراء قطعة أرض ثمنها 90 مليون ل.ل. بعد كم سنة، ولأول مرة، سيكون باستطاعة نبيل شراء قطعة الأرض؟

IV- (ثمان علامات)

لتكن الدالة f المعرفة على الفترة $I = [1, +\infty[$ بـ $f(x) = (10x - 10)e^{-x}$. نرمز بالحرف (C) لبيان الدالة في المستوي الإحداثي العائد للنظام $(O; \vec{i}, \vec{j})$

القسم الأول

- (١) أوجد $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ واستنتج مقاربًا للبيان (C) .
- (٢) برهن أن $f'(x) = 10(-x + 2)e^{-x}$ وادرس المتغيرات للدالة f ثم احسب القيمة القصوى للدالة f .
- (٣) لتكن الدالة $F(x) = -10xe^{-x}$. برهن ان الدالة F هي دالة التكامل للدالة f .

القسم الثاني

- ينتج مصنعًا سلعة من نوع معين.
- تمثل $f(x) = (10x - 10)e^{-x}$ دالة الطلب، وتمثل $g(x) = e^{x-4}$ دالة العرض على الفترة $J = [2, 10]$. حيث $f(x)$ و $g(x)$ هي بآلاف السلع، و x هو سعر الوحدة بملايين الليرات (سعر الوحدة هو سعر 1 000 سلعة).
- (١) احسب عدد السلع المطلوبة إذا كان سعر الوحدة 3 000 000 ل.ل.
 - (٢) حدّد سعر الوحدة إذا كان العرض 1000 سلعة.
 - (٣) للمعادلة $f(x) = g(x)$ حلًا وحيدًا في الفترة J نسميه α . لنفترض أن $\alpha = 3.635$.
أ- اعط تفسيرًا اقتصاديًا للعدد α واحسب عدد السلع المقابلة.
ب- احسب بالليرة اللبنانية، العائد المقابل للعدد α أعلاه.
 - (٤) نرمز بـ $E(x)$ إلى مرونة الطلب نسبة لسعر الوحدة.
أ- برهن أن $E(x) = \frac{x^2 - 2x}{x - 1}$
ب- ابتداء من سعر الوحدة x_0 بملايين الليرة اللبنانية، إذا كان هذا السعر يتزايد بقيمة 1 % فإن الطلب يتناقص بقيمة 1.5 %. احسب السعر x_0 .