

الدورة الإستثنائية للعام 2011	امتحانات الشهادة الثانوية العامة الفرع : إجتماع و إقتصاد	وزارة التربية والتعليم العالي المديرية العامة للتربية دائرة الامتحانات
الاسم: الرقم:	مسابقة في مادة الرياضيات المدة ساعتان	عدد المسائل: اربع

ارشادات عامة :- يسمح باستعمال آلة حاسبة غير قابلة للبرمجة او اختزان المعلومات او رسم البيانات.
- يستطيع المرشح الإجابة بالترتيب الذي يناسبه (دون الالتزام بترتيب المسائل الوارد في المسابقة).

I- (4 points)

Une entreprise fabrique des chaussures de sport.

Le tableau suivant donne le nombre de paires de chaussures produites ainsi que le coût de production correspondant d'une paire.

Nombre de paires produites (en centaines) x_i	1	2	3	4	5
Coût d'une paire (en milliers de LL) y_i	60	55	45	25	18

- 1) Calculer \bar{X} et \bar{Y} , les moyennes respectives des deux variables x et y .
- 2) Représenter, dans un repère orthogonal, le nuage de points $(x_i; y_i)$ ainsi que le point moyen $G(\bar{X}; \bar{Y})$.
- 3) Déterminer une équation de la droite de régression $(D_{y/x})$ de y en x et tracer cette droite dans le repère précédent.
- 4) Dans ce qui suit, on suppose que l'entreprise décide de produire 350 paires de chaussures.
 - a- Sachant que les coûts fixes de cette entreprise, durant la période de fabrication, s'élèvent à 2 000 000 LL, estimer le coût total de production de ces 350 paires de chaussures.
 - b- Chaque paire de chaussures est vendue à 75 000 LL.
Estimer le profit total réalisé par cette entreprise par la vente des 350 paires de chaussures.

II- (4 points)

Rami hérite d'une somme de 20 000 000 LL.

Il décide d'utiliser cette somme pour payer son loyer mensuel et ses dépenses personnelles mensuelles.

Le premier mois il dépense 5% de cette somme puis paie 300 000 LL pour son loyer.

Le second mois il dépense 5% de la somme qui lui reste du mois précédent puis paie 300 000 LL pour son loyer et il continue ainsi durant les mois suivants.

Soit U_n le montant de la somme qui lui reste à la fin du nième mois, ainsi $U_0 = 20 000 000$.

- 1) Montrer que $U_{n+1} = 0,95U_n - 300 000$.
- 2) Pour tout entier naturel n , on pose $V_n = U_n + 6 000 000$.
 - a- Montrer que (V_n) est une suite géométrique dont on déterminera la raison et le premier terme.
 - b- Calculer V_n puis U_n en fonction de n .
- 3) A la fin de quel mois Rami ne pourra plus utiliser, pour la première fois, cette somme pour payer son loyer ?

III- (4 points)

Dans un jeu on utilise :

- un dé parfait ;
- une urne U qui contient 4 boules blanches et 3 rouges ;
- une urne V qui contient 17 boules blanches et 18 rouges.

A- On jette le dé.

Si le 6 apparaît, on tire au hasard une boule de l'urne U, sinon on tire une boule de l'urne V.

- 1) Démontrer que la probabilité que la boule tirée soit blanche et provienne de U est égale à $\frac{2}{21}$.
- 2) Calculer la probabilité de tirer une boule blanche.
- 3) Sachant que la boule tirée est blanche, calculer la probabilité qu'elle provienne de l'urne V.

B- Dans cette partie un nouveau jeu consiste à tirer au hasard, successivement et sans remise, des boules de l'urne U. Ce jeu s'arrête lorsqu'une boule blanche est tirée.

- 1) Calculer la probabilité que ce jeu s'arrête au troisième tirage.
- 2) Soit X la variable aléatoire égale au nombre de tirages nécessaires pour que ce jeu s'arrête.
 - a- Déterminer les quatre valeurs possibles de X.
 - b- Déterminer la loi de probabilité de X.

IV-(8 points)

A- On donne ci-dessous le tableau de variations de la fonction f définie sur $]1; +\infty[$ par :

$$f(x) = 3\ln(x-1) + ax + b \text{ où } a \text{ et } b \text{ sont deux réels.}$$

x	1	2	$\frac{5}{2}$	$+\infty$
f'(x)		+	0	-
f(x)			$2 + 3\ln \frac{3}{2}$	

Diagramme de variation : une flèche pointe de $-\infty$ vers 3, une autre pointe de 3 vers $2 + 3\ln \frac{3}{2}$, et une dernière pointe de $2 + 3\ln \frac{3}{2}$ vers $-\infty$.

Utiliser les informations du tableau pour trouver les deux réels a et b.

B- On suppose que f est définie sur $]1; +\infty[$ par $f(x) = 3\ln(x-1) - 2x + 7$ et on désigne par (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

- 1) Ecrire une équation de la tangente (T) à la courbe (C) au point d'abscisse 2.
- 2) Tracer (T) et (C).
- 3) La droite d'équation $y = 0,8x$ coupe la courbe (C) en deux points. Montrer que l'abscisse α de l'un d'eux est tel que $3,4 < \alpha < 3,5$.

Dans tout ce qui suit, on prend $\alpha = 3,45$.

C- Une usine fabrique des articles dont le prix unitaire p est exprimé en milliers LL. ($2,5 \leq p \leq 5,5$).

La demande $D(p)$ et l'offre $S(p)$ de ce produit, exprimées en centaines d'unités, sont données par $D(p) = 3\ln(p-1) - 2p + 7$ et $S(p) = 0,8p$.

- 1) Calculer le nombre d'articles demandés pour un prix unitaire de 2000LL.
- 2) Déterminer le prix unitaire pour une offre de 320 articles.
- 3) Donner une interprétation économique à la valeur 3,45 de p.
Calculer dans ce cas le revenu total.
- 4) a- Déterminer l'élasticité $e(p)$ de la demande par rapport au prix.
b- La demande est-elle élastique pour $p=3$? Donner une interprétation économique à $e(3)$.

الدورة الإستثنائية للعام 2011	امتحانات الشهادة الثانوية العامة الفرع : إجتماع و إقتصاد مشروع معيار التصحيح	وزارة التربية والتعليم العالي المديرية العامة للتربية دائرة الامتحانات
----------------------------------	--	--

Q1	Corrigé	Note
1	$\bar{X} = 3$ et $\bar{Y} = 40,6$	0.5
2	<p style="text-align: right;">G(3 ; 40,6)</p>	1.5
3	1.5. Sur le graphique.	1.5
4a	Pour $x = 3,5$; $y = 34,9$. Le coût total est alors $34900(350) + 2\,000\,000 = 14\,215\,000$ LL.	1.5
4 b	$350 \times 75\,000 - 14\,215\,000 = 12\,035\,000$ Le profit réalisé par la vente de 350 paires de chaussures est : 12 035 000LL	2

Q2	Corrigé	Note
1	$U_{n+1} = U_n - 0,05U_n - 300000 = 0,95U_n - 300000$	1
2a	$\frac{V_{n+1}}{V_n} = \frac{U_{n+1} + 6000000}{U_n + 6000000} = \frac{0,95U_n - 300000 + 6000000}{U_n + 6000000} = \frac{0,95U_n + 5700000}{U_n + 6000000} =$ $\frac{0,95(U_n + 6000000)}{U_n + 6000000} = 0,95$ C'est une suite géométrique de raison $q = 0,95$, de premier terme $V_0 = U_0 + 6000000 = 26000000$.	2
2b	$V_n = V_0 \times q^n = 26000000 \times 0,95^n$; 1.5.	1.5
3	Il faut trouver la plus petite valeur de l'entier naturel n tel que $0,95U_n \leq 300000 \Leftrightarrow 0,95(26000000 \times 0,95^n - 6000000) \leq 300000$; soit $n = 28$ donc au 29 ième mois Rami ne pourra plus payer son loyer.	2.5

Q3	Corrigé	Note
A1	$1 = \frac{2}{21}$	1
A2	1.5	1.5

A3	$P\left(\frac{V}{B}\right) = \frac{P(V \cap B)}{P(B)} = \frac{17}{21}$	1.5
B1	$P(RRB) = 0.5$	1
B2a	Les valeurs prises par X sont 1 ; 2 ; 3 ; 4.	0.5
B2b	$P(X=1) = \frac{4}{7}$; $P(X=2) = \frac{3}{7} \times \frac{4}{6} = \frac{2}{7}$ $P(X=3) = \frac{4}{35}$; 1.5	1.5

Q4	Corrigé	Note
A	$f(2)=3 \Leftrightarrow 2a+b=3$ et $b = 7$. et $f'\left(\frac{5}{2}\right) = \frac{3}{\frac{5}{2}} + a = 0 \Leftrightarrow 2+a = 0 \Leftrightarrow a = -2$ et $b = 7$. Ou utiliser OU utiliser $f\left(\frac{5}{2}\right) = 2 + 3\ln\left(\frac{3}{2}\right)$ pour avoir pour avoir $\frac{5}{2}a + b = 2$	2
B1	(T) : 2 avec $a=2$; $f(1)=3$ et $f'(1)=1$ Alors, (T) : $y = x - 2 + 3 = x + 1$.	1.5
B2		2
B3	$f(3,4) = 3\ln(2,4) - 6,8 + 7 = 2,82 > 0,8 \times 3,4 = 2,72$ et $f(3,5) = 2,74 < 0,8 \times 3,5$ donc $3,4 < \alpha < 3,5$.	1
C1	$D(2)=3$ donc le nombre des articles demandés est 300.	1
C2	$S(p) = 0,8p = 3,2$ donne $p = 4$, soit 4 000LL.	1
C3	Pour $p=3,45$ on a $D(p) = S(p)$ donc le marché est en équilibre pour un prix unitaire de 3 450LL Le revenu = $p \times D(p) = 3 450 \times D(3,45) \times 100 = 961 951$ LL.	2.5
C4a	$e(p) = p \times \frac{D'(p)}{D(p)} = \frac{p \times \frac{-2p+5}{p-1}}{3\ln(p-1)-2p+7} \times 2$	1.5
C4b	$e(3) = -0,48 \in]-1; 0[$, donc la demande est inélastique. Cela signifie qu'à partir du prix 3000LL si le prix augmente de 1%, alors la demande diminue de 0,48%.	1.5