

المادة: الرياضيات الشهادة: المتوسطة نموذج رقم - ١ المدة : ساعتان	الهيئة الأكاديمية المشتركة قسم : الرياضيات	 المركز التربوي للبحوث والإنماء
---	---	---

نموذج مسابقة (يراعي تعليق الدروس والتوصيف المعدل للعام الدراسي ٢٠١٦-٢٠١٧ وحتى صدور المناهج المطورة)

ارشادات عامة : - يسمح باستعمال آلة حاسبة غير قابلة للبرمجة او اختزان المعلومات او رسم البيانات.
- يستطيع المرشح الإجابة بالترتيب الذي يناسبه دون الالتزام بترتيب المسائل الوارد في المسابقة.

I- (2 points)

On considère les trois nombres A, B et C.

$$A = \frac{33 \times 10^{-4} \times 30 \times 10^2}{36 \times 10^{-2} \times 22 \times 10} ; B = \frac{7 - \frac{11}{3}}{1 - \frac{1}{6}} ; C = (\sqrt{2} - 1)^2 + (\sqrt{2} + 1)^2$$

En détaillant les étapes de calcul,

- 1) Ecrire A sous forme d'une fraction irréductible.
- 2) Montrer que B est un entier.
- 3) Vérifier que $C = B + 16A$.

II- (3 points)

Le périmètre d'un rectangle vaut 28cm. Si on subit une réduction de 10% sur sa longueur et une augmentation de 20% sur sa largeur, le périmètre sera 28,8cm.

- a) Ecrire un système de 2 équations à 2 inconnues traduisant les informations précédentes.
- b) Vérifier que la longueur initiale de ce rectangle est de 8cm et calculer sa largeur.
- c) Déterminer la nature du quadrilatère après changement des dimensions.

III- (4 points) Dans la figure ci-contre :

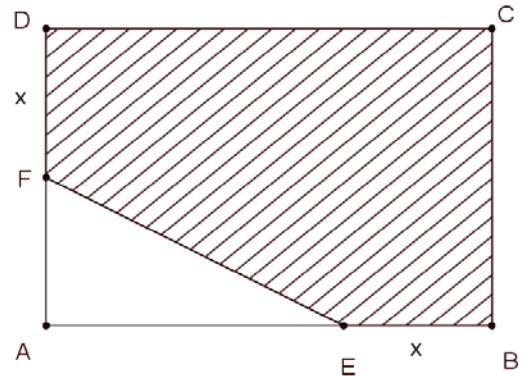
- x est une longueur exprimée en cm telle que $0 < x < 4$.
- ABCD est un rectangle tel que $AB=6\text{cm}$ et $AD=4\text{cm}$.
- $BE = DF = x$

On désigne par Y l'aire de la partie hachurée.

- 1) Montrer que $Y = -\frac{1}{2}(x^2 - 10x - 24)$.
- 2) a. Vérifier que $Y = -\frac{1}{2}((x - 5)^2 - 49)$.
b. Déterminer x dans le cas où $Y = 20$.

3) On désigne par Z l'aire d'un carré de côté $(x+2)$.

- a. Exprimer Z en fonction de x .
- b. Simplifier $\frac{Y}{Z}$.
- c. Peut-on calculer x pour que $Y = Z$?



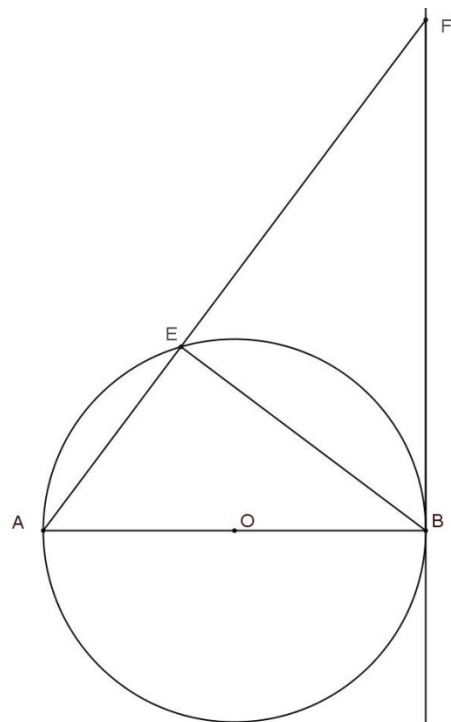
IV- (5.5 points)

Dans un repère orthonormé d'axes $(x'Ox, y'Oy)$, on considère les points $A(3; 0)$ et $B(-1; 2)$. Soit (d) la droite d'équation $y = 2x + 4$.

- 1) a. Placer les points A et B.
b. La droite (d) coupe $x'Ox$ en E et $y'Oy$ en F.
Déterminer les coordonnées des points E et F, puis tracer (d) .
c. Vérifier que B est le milieu de $[EF]$.
- 2) a. Déterminer l'équation de la droite (AB) .
b. Vérifier que (AB) est la médiatrice de $[EF]$.
- 3) On considère le point $H(0; \frac{3}{2})$
a. Vérifier que H est un point de la droite (AB) .
b. Montrer que H est l'orthocentre du triangle AEF.
- 4) Soit (C) le cercle de diamètre $[AF]$ et (Δ) la droite qui passe par A et parallèle à (EH) .
a. Vérifier que O et B sont deux points du cercle (C) .
b. Ecrire une équation de la droite (Δ) .
c. Montrer que (Δ) est tangente à (C) .

V- (5.5 points) Dans la figure ci-contre:

- $AB = 5$ cm.
 - (C) est le cercle de diamètre $[AB]$ de centre O.
 - E est un point de (C) tel que $AE = 3$ cm.
 - La tangente à (C) en B coupe (AE) en F.
- 1) Reproduire cette figure.
 - 2) a. Calculer BE.
b. Montrer que les deux triangles AEB et ABF sont semblables.
c. En déduire BF et EF.
 - 3) L est un point de (FB) tel que $BL = \frac{15}{4}$, et **B entre L et F**.
a. Comparer les deux rapports $\frac{FE}{EA}$ et $\frac{FB}{BL}$.
b. Dédire que (BE) est parallèle à (AL) .
c. Montrer que $AL = \frac{25}{4}$.
 - 4) La droite (EO) coupe le cercle (C) en H. Soit G le milieu de $[BL]$.
a. Montrer que le quadrilatère EAHB est un rectangle. En déduire que H est sur la droite (AL) .
b. Montrer que (GH) est tangente à (C) .
c. Calculer, arrondie au degré près, la mesure de l'angle $\widehat{GHB}$.



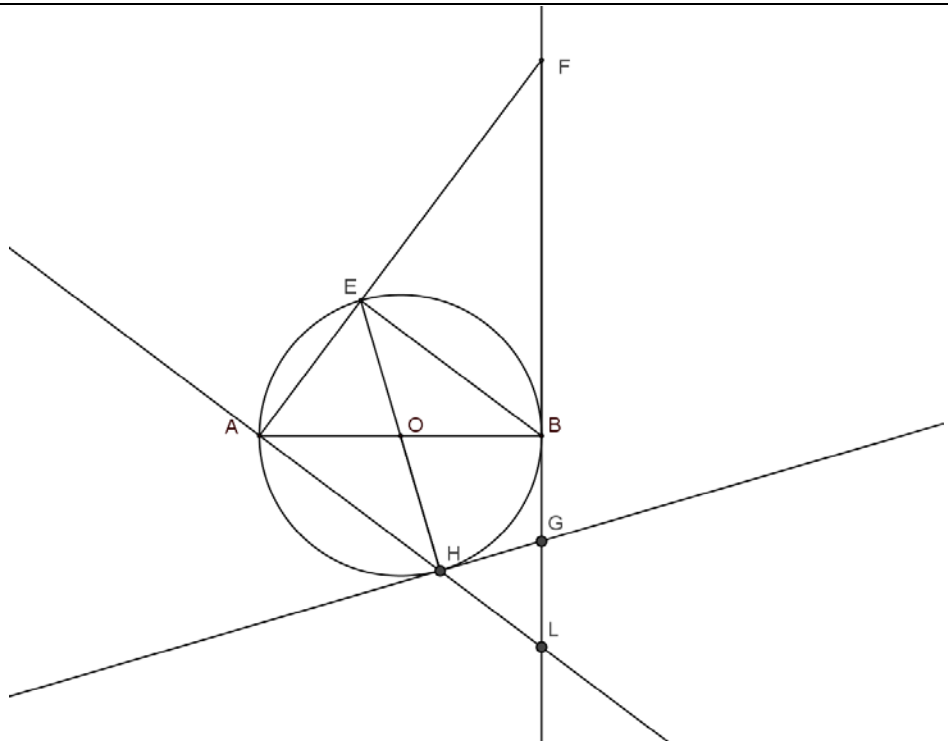
المادة: الرياضيات الشهادة: المتوسطة نموذج رقم - ١ - المدة : ساعتان	الهيئة الأكاديمية المشتركة قسم : الرياضيات	 المركز التربوي للبحوث والإنماء
---	---	---

أسس التصحيح (تراعي تعليق الدروس والتوصيف المعدل للعام الدراسي ٢٠١٦-٢٠١٧ وحتى صدور المناهج المطورة)

Question I		
	Réponses	note
1	$A = \frac{33 \times 10^{-4} \times 30 \times 10^2}{36 \times 10^{-2} \times 22 \times 10} = \frac{9 \times 10^{-1}}{72 \times 10^{-1}} = \frac{1}{8} \quad \frac{1}{4} + \frac{1}{4}$ $B = \frac{\frac{10}{3}}{\frac{5}{6}} = 4, \quad \frac{1}{4} + \frac{1}{4}$ $C = (\sqrt{2} - 1)^2 + (\sqrt{2} + 1)^2 = 2 - 2\sqrt{2} + 1 + 2 + 2\sqrt{2} + 1 = 6 \quad \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4}$	1½
2	$16A + B = 2 + 4 = 6$ $C = 6$, donc $C = B + 16A$.	¼
Question II		
a	$2x + 2y = 28\text{cm}$ $2(1-0,1)x + 2(1+0,2)y = 28,8\text{cm}$	1½
b	$x=8, y=6$	1
c	$1,2y=7.2$ et $0,9x=7.2$ donc le quadrilatère est un carré.	¾
Question III		
1	Aire de la partie hachurée $Y = 24 - \frac{(4-x)(6-x)}{2} = \frac{-x^2+10x+24}{2} = -\frac{1}{2}(x^2 - 10x - 24)$.	1
2.b	$20 = -\frac{1}{2}((x-5)^2 - 49)$ alors $(x-5)^2 - 49 = -40, (x-5)^2 = 9$ $x-5=3$ ou $x-5=-3$ alors $x=8$ (inacceptable) ou $x=2$. $\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4}$	1½
3.a	$Z = (x+2)^2$	¼
3.b	$\frac{Y}{Z} = \frac{-\frac{1}{2}(x-12)(x+2)}{(x+2)^2} = \frac{-\frac{1}{2}(x-12)}{(x+2)} = \frac{-(x-12)}{2(x+2)}$ (avec $x \neq -2$)	½
3.c	$Y=Z$ donc $\frac{-(x-12)}{2(x+2)}=1$ alors $-(x-12)=2(x+2)$ donc $x=\frac{8}{3}$ acceptable.	1

Question IV

1.a		$\frac{1}{2}$
1.b	E(0; -2) et F(0 ; 4)	$\frac{1}{2}$
1.c	$x_B = \frac{(x_E+x_F)}{2}$ $y_B = \frac{(y_E+y_F)}{2}$	$\frac{1}{2}$
2.a	L'équation de (AB) : $y = a x + b$ $a(AB) = \frac{(y_B - y_A)}{(x_B - x_A)} = \frac{-1}{2}$ et $y_B = \frac{-1}{2} x_B + b$ donc $b = \frac{3}{2}$.	$\frac{3}{4}$
2.b	pente(AB) $\times$ pente(d) = -1 et (AB) passe par B milieu de [EF] donc (AB) est la médiatrice de [EF].	$\frac{1}{2}$
3.a	$y_H = \frac{-1}{2} x_H + \frac{3}{2}$. donc H est un point de (AB)	$\frac{1}{4}$
3.b	(FH) $\perp$ à (EA) et (AB) $\perp$ à (EF), (AB) et (FH) se rencontrent en H alors H est l'orthocentre du triangle AEF.	$\frac{3}{4}$
4.a	$\widehat{ABF} = 90^\circ$ (ABF triangle inscrit dans un demi-cercle de diamètre [AF]) $\widehat{AOF} = 90^\circ$ (AOF triangle inscrit dans un demi-cercle de diamètre [AF]) donc B et O sont deux points du cercle.	$\frac{1}{2}$
4.b	L'équation de (Δ) : $y = a x + b$ $a(\Delta) = a(EH) = \frac{(y_E - y_H)}{(x_E - x_H)} = \frac{3}{4}$	$\frac{3}{4}$

	et $y_A = \frac{3}{4}x_A + b$ donc $b = \frac{9}{4}$.	
4.c	(EH) $\perp$ à (FA) et $(\Delta) \parallel$ (EH) donc $(\Delta) \perp$ à (FA) en A donc (Δ) est tangente au cercle (C) en A.	$\frac{1}{2}$
	Question V	
1		$\frac{1}{2}$
2.a	Dans le triangle AEB rectangle en E. D'après Pythagore $BE^2 = AB^2 - AE^2$, $BE = 4$.	$\frac{1}{2}$
2.b	Les 2 triangles BDE et BAD sont semblables car : $\hat{A}$ angle commun $\widehat{AEB} = \widehat{ABF} = 90$	$\frac{1}{2}$
2.c	Rapport de similitude : $\frac{AE}{AB} = \frac{AB}{AF} = \frac{EB}{BF} \quad \frac{1}{4}$ $\frac{3}{5} = \frac{5}{AF} = \frac{4}{BF}$ donc $BF = \frac{20}{3}$ et $AF = \frac{25}{3}$ donc $EF = \frac{25}{3} - 3 = \frac{16}{3}$.	$\frac{1}{2}$
3.a	$\frac{EF}{EA} = \frac{16}{9}$ et $\frac{FB}{BL} = \frac{16}{9}$.	$\frac{1}{2}$
3.b	$\frac{EF}{EA} = \frac{FB}{BL}$, alors les deux droites (EB) et (AL) sont parallèles d'après la réciproque de Thalès.	$\frac{1}{2}$
3.c	$\frac{EF}{FA} = \frac{EB}{AL}$ donc $AL = \frac{15}{4}$.	$\frac{1}{2}$

4.a	Le quadrilatere est un rectangle car ses diagonales se coupent en leur milieu O et l'angle AEB est rectangle. Les deux droites (AH) et (AL) sont confondues (deux parallèle à une même troisième (EB) et passant par un même point A).Donc H est sur (AL).	1
4.b	Dans le triangle BHL rectangle en H on HG= GB= GL (la médiane vaut la moitié de l'hypoténuse) Alors les deux triangles OBG et OHG sont isométriques. $\widehat{GHO} = \widehat{OBL} = 90$ alors BH tangent à (C).	$\frac{1}{2}$
4.c	$\cos \widehat{GBH} = \frac{BH}{BL} = \frac{3}{\frac{15}{4}} = \frac{4}{5}$ Alors $\widehat{GBH} = \cos^{-1}\left(\frac{4}{5}\right) = 36,8^\circ \approx 37^\circ$	$\frac{1}{2}$