

المادة: الرياضيات الشهادة: الثانوية العامة الفرع: علوم الحياة نموذج رقم ٢- المدة : ساعتان	الهيئة الأكاديمية المشتركة قسم : الرياضيات	 المركز التربوي للبحوث والإنماء
---	---	--

نموذج مسابقة (يراعي تعليق الدروس والتوصيف المعدل للعام الدراسي ٢٠١٦-٢٠١٧ وحتى صدور المناهج المطورة)

ملاحظة: يُسمح باستعمال آلة حاسبة غير قابلة للبرمجة أو اختزان المعلومات أو رسم البيانات.
يستطيع المرشح الإجابة بالترتيب الذي يناسبه (دون الالتزام بترتيب المسائل الوارد في المسابقة).

I- (4 points)

Les affirmations suivantes sont vraies. Justifier.

- 1) Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé direct $(O; \vec{u}, \vec{v})$, on considère trois points A, B et C distincts d'affixes respectives a, b et c tels que $\frac{c-a}{b-a} = 2i$,
A appartient au cercle de diamètre [BC].
- 2) Si $\frac{\pi}{2}$ est un argument de z, alors $|i+z| = 1+|z|$.
- 3) Si $z = 3+3i\sqrt{3}$ alors z^3 est imaginaire pur.
- 4) Si $z = e^{i\theta}$, alors $z^2 + \frac{1}{z^2}$ est réel.
- 5) $|i\bar{Z}+1| = |Z+i|$.

II- (4 points)

Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, on donne le point A(2 ; 1 ; 5) et les droites

$$(d) \text{ et } (d') \text{ définies par : } (d) \begin{cases} x = 2m + 4 \\ y = 2m + 1 \\ z = -3m - 5 \end{cases} \text{ et } (d') \begin{cases} x = t + 2 \\ y = 2t - 1 \\ z = -2t + 6 \end{cases}, m \text{ et } t \text{ réels.}$$

(P) est le plan déterminé par A et (d').

- 1) a) Montrer que A n'appartient pas à (d) ni à (d').
b) Montrer que les droites (d) et (d') ne sont pas coplanaires.
- 2) a) Montrer que $2x + y + 2z - 15 = 0$ est une équation cartésienne du plan (P).
b) Montrer que (d) est parallèle à (P).
- 3) Soit (Δ) la droite passant par A et parallèle à (d).
a) Ecrire un système d'équations paramétriques de la droite (Δ) .
b) Trouver les coordonnées du point B, intersection de (Δ) et (d').
- 4) Soit E le projeté orthogonal de A sur (d').
a) Calculer les coordonnées de E.
b) Calculer l'aire du triangle AEB.
- 5) Soit M un point de (d). Calculer le volume du tétraèdre MABE

III- (4 points)

U_1 et U_2 sont deux urnes telles que:

U_1 contient 10 boules: 6 rouges et 4 jaunes.

U_2 contient 10 boules : 5 rouges, 4 noires et 1 verte.

Une pièce de monnaie C est truquée de façon que la probabilité d'avoir face est trois fois plus que celle d'avoir pile.

On jette C :

- Si on obtient pile, on tire au hasard deux boules de l'urne U_1 .
- Si on obtient face, on tire au hasard deux boules de l'urne U_2 , l'une après l'autre avec remise.

Considérons les événements suivants:

U_1 : "l'urne choisie est U_1 ."

U_2 : "l'urne choisie est U_2 ."

R: "les boules tirées sont rouges."

- 1) Montrer que $P(U_2) = \frac{3}{4}$ et $P(U_1) = \frac{1}{4}$.
- 2) Calculer $P(R / U_1)$, $P(R \cap U_1)$, et $P(R \cap U_2)$. En déduire que : $P(R) = \frac{13}{48}$.
- 3) Les deux boules tirées sont rouges. Calculer la probabilité que ces boules proviennent de U_1 .
- 4) Soit X la variable aléatoire qui désigne le nombre de boules rouges tirées. Déterminer la loi de probabilité de X.

IV- (8 points)

Partie A

Soit g la fonction définie sur $]1, +\infty[$ par $g(x) = x(\ln x)^2 - e$.

- 1) Calculer $\lim_{x \rightarrow 1} g(x)$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$.
- 2) a - Dresser le tableau de variation de g.
b- Montrer que si $x > e$, alors $g(x) > 0$.

Partie B

Soit f une fonction définie sur $]1, +\infty[$ par $f(x) = e\left(\frac{\ln x - 1}{\ln x}\right) - x$, (C). Sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$ et (d) la droite d'équation $y = e - x$.

- 1) a- Calculer $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$; en déduire une asymptote de (C).
b- Montrer que (d) est une asymptote de (C).
c- Montrer que (C) est au-dessous de (d).
- 2) a- Montrer que $f'(x) = \frac{-g(x)}{x \ln^2 x}$
b- Dresser le tableau de variations de f.
c- Tracer la courbe (C).
- 3) a- Pour $1 < x \leq e$, montrer que f admet une fonction réciproque dont on déterminera le domaine de définition.
b- Tracer la courbe (C') de h dans le même repère que celui de (C).
- 4) (Δ) est la droite d'équation $y = -x - e$.
a- Déterminer les coordonnées du point A intersection de (C') et (Δ).
b- Ecrire l'équation de la tangente (T), en A à la courbe (C').
c- Résoudre graphiquement l'inéquation $h(x) + e > -x$.

المادة: الرياضيات الشهادة: الثانوية العامة الفرع: علوم الحياة نموذج رقم - ٢ - المدة : ساعتان	الهيئة الأكاديمية المشتركة قسم : الرياضيات	 المركز التربوي للبحوث والإنماء
--	---	--

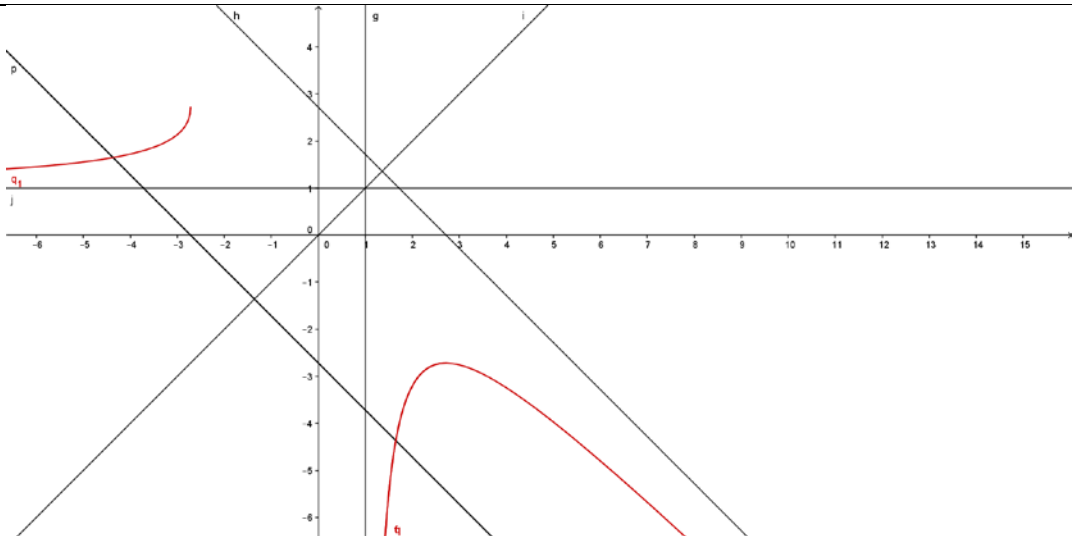
أسس التصحيح (تراعي تعليق الدروس والتوصيف المعدل للعام الدراسي ٢٠١٦-٢٠١٧ وحتى صدور المناهج المطورة)

Question I		Notes
1)	A appartient au cercle de diamètre $[BC]$ car $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) = \frac{\pi}{2}$.	0.75
2)	$ i+z = \left i + re^{i\frac{\pi}{2}} \right = i+ri = 1+r = 1+ z $	0.75
3)	$Z = 3 + i\sqrt{3}$, alors $z^3 = \left(2\sqrt{3}e^{i\frac{\pi}{6}} \right)^3 = 24\sqrt{3}i$ imaginaire pur	0.75
4)	$ z =1 \Rightarrow z = e^{i\theta} \Rightarrow z^2 + \frac{1}{z^2} = e^{i2\theta} + e^{i(-2\theta)} = 2\cos 2\theta$ réel	0.75
5)	$ i\bar{z}+1 = \left i\left(\bar{z} + \frac{1}{i}\right) \right = i \bar{z}-i = \overline{z+i} = z+i $	1

Question II		Notes
1.a	$A \notin (d)$ et $A \notin (d')$ (par vérification)	0.5
1.b	$\overrightarrow{BC} \cdot (\vec{u}_d \wedge \vec{u}_{d'}) = 16 \neq 0$; avec B un point de (d) et C un point de (d') donc (d) et (d') sont non coplanaires	0.5
2.a	$(P): 2x + y + 2z - 15 = 0$. Soit $M(x,y,z) \in (P)$ et $I(2,-1,6) \in (d')$ et $\overrightarrow{AM} \cdot (\overrightarrow{AI} \wedge \vec{u}_{(d')}) = 0$	0.5
2.b	$\vec{n} \cdot \vec{u}_{(d)} = 0$ avec $\vec{n}$ vecteur normal de (P) , alors (d) est // à (P)	0.5
3.a	$(\Delta): \begin{cases} x = 2\lambda + 2 \\ y = 2\lambda + 1 \\ z = -3\lambda + 5 \end{cases}$	0.5
3.b	$B(4;3;2)$ pour $t=2$ et $\lambda=1$	0.5
4.a	pour $E\left(\frac{8}{3}; \frac{1}{3}; \frac{14}{3}\right)$ avec $\overrightarrow{AE} \cdot \vec{u}_{(d')} = 0$	0.25
4.b	aire = $\frac{AE \cdot EB}{2} = 2u^2$	0.25
5	$V = \frac{1}{6} \overrightarrow{AM} \cdot (\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AE}) = \text{constant}$ car (d) est parallèle à (P) .	0.5

Question III		notes
1)	$P(U_1) + P(U_2) = 1$ et $P(U_2) = 3P(U_1)$; donc $P(U_2) = \frac{3}{4}$ et $P(U_1) = \frac{1}{4}$	0.5
2)	$P(R/U_1) = \frac{1}{3}$	0.25 0.5 0.5 0.5

	$P(R \cap U_1) = P(R / U_1) \times P(U_1) = \frac{1}{12}$ et $P(R \cap U_2) = P(R / U_2) \times P(U_2) = \frac{3}{16}$ $P(R) = P(R \cap U_1) + P(R \cap U_2) = \frac{13}{48}$	
3)	$P(U_1 / R) = \frac{4}{13}$	0.5
4)	$X_\Omega = \{0, 1, 2\}$; $P(X = 0) = \frac{53}{240}$; $P(X = 1) = \frac{61}{120}$; $P(X = 2) = \frac{13}{48}$	0.25 0.5 0.5

Question IV			notes												
Partie A															
1)	$\lim_{x \rightarrow 1} g(x) = -e$ $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = +\infty$		0.5												
2.a	<table><tr><td>x</td><td>1</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>$g'(x)$</td><td colspan="2">+</td></tr><tr><td>$g(x)$</td><td>-e</td><td>$+\infty$</td></tr></table>	x	1	$+\infty$	$g'(x)$	+		$g(x)$	-e	$+\infty$		0.5			
	x	1	$+\infty$												
	$g'(x)$	+													
	$g(x)$	-e	$+\infty$												
avec $g'(x) = 2 \ln x + (\ln x)^2$															
2.b	$g(e)=0$ et g est croissante. Donc si $x>e$, alors $g(x)>0$		0.5												
Partie B															
1.a	$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = -\infty$, alors $x=1$ est une asymptote verticale.		0.25												
1.b	$\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (e - x)] = 0$, alors $y = e - x$ est une asymptote oblique.		0.5												
1.c	pour $x>1$ $\ln x>0$ alors $[f(x) - (e - x)] < 0$, alors (C) est au dessous de (d).		0.5												
2.a	$f'(x) = \frac{e\left(\frac{1}{x}(\ln x) - \frac{1}{x}(\ln x - 1)\right)}{(\ln x)^2} = \frac{-g(x)}{x(\ln x)^2}$		0.75												
2.b	<table><tr><td>x</td><td>1</td><td>e</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>$f'(x)$</td><td>+</td><td>0</td><td>-</td></tr><tr><td>$f(x)$</td><td>$-\infty$</td><td>-e</td><td>$-\infty$</td></tr></table>	x	1	e	$+\infty$	$f'(x)$	+	0	-	$f(x)$	$-\infty$	-e	$-\infty$		0.5
	x	1	e	$+\infty$											
	$f'(x)$	+	0	-											
	$f(x)$	$-\infty$	-e	$-\infty$											
2.c			1												
3.a	f définie continue et strictement croissante pour $1 < x \leq e$. Donc elle admet une fonction réciproque. Dh = $]-\infty, -e]$.		0.5												
3.b	Sur la figure avec $y=1$ asymptote horizontale. (C') symétrique de (C) par rapport à la droite d'équation $y=x$.		0.5												

4.a	soit B symétrique de A par rapport à $y = x$ La symétrique de la droite (Δ) est la droite (Δ) car (Δ) perpendiculaire à la première bissectrice. Donc, $B = (C) \cap (\Delta)$, alors $B(\sqrt{e}; -\sqrt{e} - e)$, donc $A(-\sqrt{e} - e; \sqrt{e})$	0.5
4.b	$f'(x) = \frac{-g(x)}{x \ln^2 x}$; $f'(\sqrt{e}) = 1 - 4\sqrt{e}$. Pente de (T) $= \frac{1}{1 - 4\sqrt{e}}$. (T) : $y - \sqrt{e} = \frac{1}{1 - 4\sqrt{e}}(x + \sqrt{e} + e)$.	1
4.c	(C') au-dessus de (Δ) pour $x \in]-\sqrt{e} - e, -e]$	0.5