

المادة: الرياضيات الشهادة: الثانوية العامة - فرع الاجتماع والاقتصاد نموذج رقم -1- المدة : ساعتان	الهيئة الأكاديمية المشتركة قسم : الرياضيات	 المركز السعودي للبحوث والابتكار
--	---	---

نموذج مسابقة (يراعي تعليق الدروس والتوصيف المعدل للعام الدراسي 2016-2017 وحتى صدور المناهج المطورة)

ارشادات عامة : - يسمح باستعمال آلة حاسبة غير قابلة للبرمجة او اختزان المعلومات او رسم البيانات.
- يستطيع المرشح الإجابة بالترتيب الذي يناسبه دون الالتزام بترتيب المسائل الوارد في المسابقة.

I- (4 points)

Le tableau suivant représente le TVA sur les tissus durant les 6 dernières années dans un certain pays.

Année	2010	2011	2012	2013	2014	2015
Rang de l'année x_i	3	4	5	6	7	8
TAV y_i (en millions de LL)	600	700	750	950	1100	1350

- 1) Calculer les moyennes $\bar{x}$ et $\bar{y}$ des deux séries statistiques x_i et y_i respectivement.
- 2) Représenter graphiquement le nuage de points $(x_i ; y_i)$ ainsi que le point moyen $G(\bar{x} ; \bar{y})$ dans un repère orthogonal.
- 3) Ecrire une équation de la droite de régression $D_{y/x}$ de y en fonction de x et tracer cette droite dans le repère précédent.
- 4) On suppose que le modèle précédent reste valable jusqu'en 2020.
Estimer le TVA sur les tissus dans l'année 2020.

II- (4 points)

Un magasin vend des produits (parfums, des gels pour cheveux et des shampoing) de deux marques A et B.

10% de la marque A sont des parfums, 30 % sont des gels pour cheveux et le reste est constitué de shampoing.

50% de la marque B sont des parfums, 20 % sont des gels pour cheveux et le reste est constitué de shampoing.

Un client choisit un produit au hasard.

On considère les événements:

A: "Le produit est de la marque A"

B: "Le produit est de la marque B"

H: "Le produit est un gel pour cheveux"

F: "Le produit est un parfum"

S: "Le produit est un shampoing"

On suppose que $P(A) = \frac{2}{3}$ et $P(B) = \frac{1}{3}$.

1)

a- Calculer les probabilités: $P(A \cap F)$, $P(A \cap H)$, $P(A \cap S)$ et $P(F)$.

b- Calculer la probabilité de l'événement: "Le produit choisi est de marque A, sachant que c'est un parfum.

2) Les prix des produits sont donnés dans le tableau ci-dessous.

	Shampooing	Parfum	Gel pour cheveux
A	15 000 LL	80 000 LL	10 000 LL
B	10 000 LL	50 000 LL	5 000 LL

On désigne par X la variable aléatoire qui représente la somme payée par le client.

- Déterminer la loi de probabilité de X .
- Calculer l'espérance mathématique de X . Interpréter le résultat obtenu.

III- (4 points)

Pour assurer l'avenir de leur nouveau-né, une banque propose aux parents l'offre suivante:

Pour un dépôt de 10 000 000 LL, à un taux d'intérêt annuel de 8 % capitalisé annuellement, auquel une somme de 400 000 LL s'ajoute à la fin de chaque année.

On désigne par C_0 le capital initial ($C_0 = 10\,000\,000$), et par C_n le capital obtenu à la fin de la n ème année.

- Vérifier que $C_1 = 11\,200\,000$ et calculer C_2 . En déduire que la suite (C_n) n'est ni arithmétique ni géométrique.
 - Exprimer C_{n+1} en fonction de C_n .
- On considère la suite (U_n) définie par : $U_n = C_n + 5\,000\,000$.
 - Montrer que (U_n) est une suite géométrique de raison 1,08 et dont on déterminera le premier terme.
 - Exprimer U_n en fonction n . En déduire C_n en fonction de n .
 - Que sera, 18 ans plus tard, le montant du capital de l'enfant dont les parents ont accepté cette offre ?

IV-(8points)

La courbe ci – contre (C) représente une fonction h continue et strictement décroissante sur l'intervalle $]0 ; +\infty[$, définie par :

$$h(x) = a + bx - \ln(x) \text{ où } a \text{ et } b \text{ sont deux nombres réels.}$$

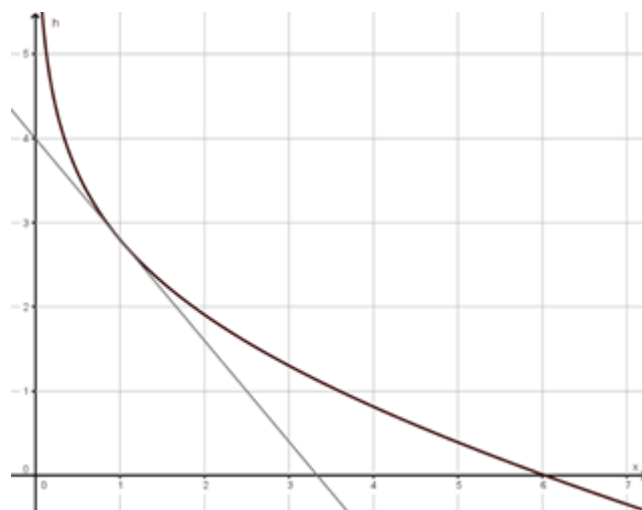
Indication: La droite (d) d'équation: $y = -1,2x + 4$ est tangente à la courbe (C) en un point $(1; 2,8)$

- A)** 1) Montrer que $a = 3$ et $b = -0,2$
 2) Dresser le tableau de variation de h .

B) Soit g une fonction définie sur $]0 ; +\infty[$ par :

$g(x) = 3(1 - e^{-0,2x})$. Soit (C_1) la courbe représentative de g dans un repère orthonormé.

- Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ et déduire une asymptote à (C_1) .
- Calculer $g'(x)$ la dérivée de g et dresser son tableau de variations.
- (C_1) coupe (C) en un point d'abscisse α . Vérifier que $2,93 < \alpha < 2,95$
- Tracer (C_1) et (C) dans le même repère.



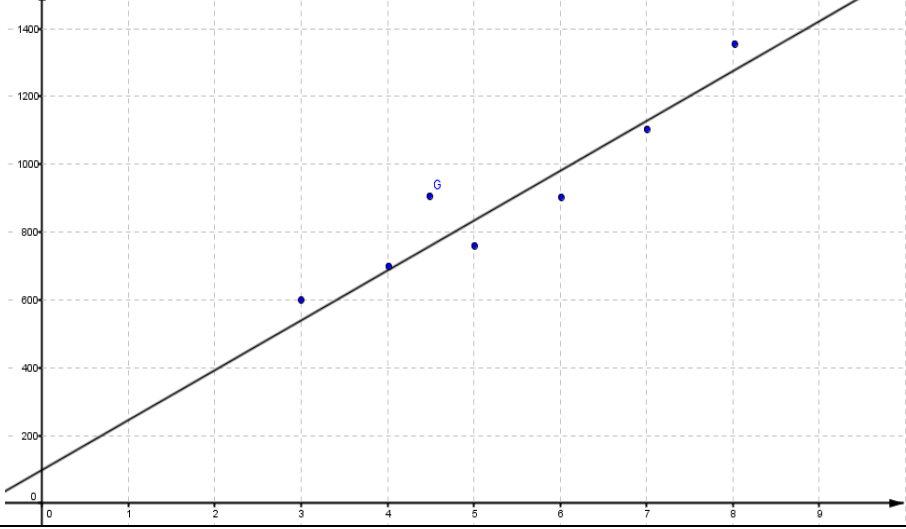
C) Dans ce qui suit prendre $\alpha = 2,94$

Une usine produit un certain article électronique. Les fonctions de demande et d'offre exprimées en milliers d'articles sont modélisées respectivement par $D(p) = 3(1 - e^{-0.2p})$ et $S(p) = 3 - 0.2p - \ln p$.
Où p est le prix de l'unité (prix d'un article) en milliers de LL. ($0,2 \leq p \leq 5$).

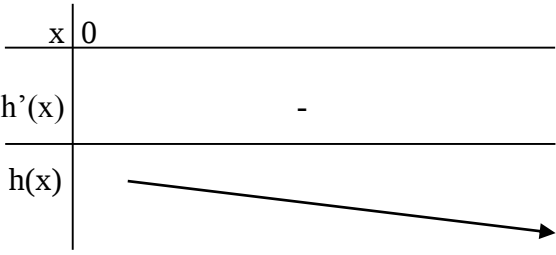
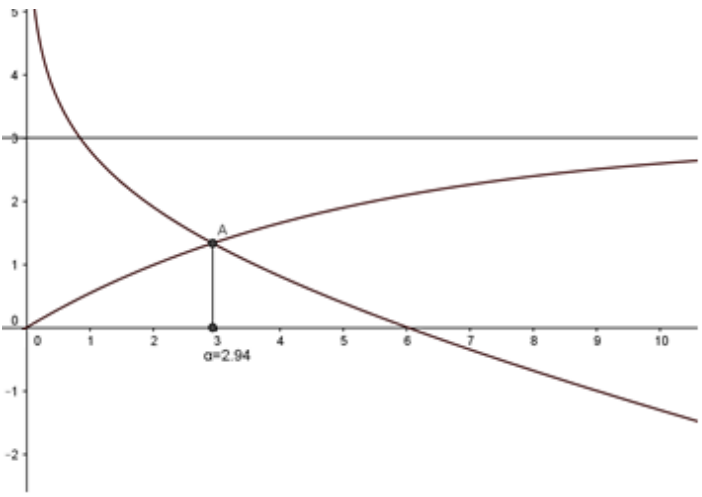
1. Calculer l'offre qui correspond à un prix de l'unité de 2 000 LL.
2. Calculer le prix de l'unité pour une demande de 2000 articles.
3. Donnez une interprétation économique pour la valeur 2,94 de α .
Calculez, dans ce cas, le revenu total.
- 4.a- Déterminer $e(p)$, l'élasticité de la demande en fonction de p .
b - Calculer $e(2,94)$, et donne une interprétation économique du résultat obtenu.

المادة: الرياضيات الشهادة: المتوسطة نموذج رقم -1- المدة : ساعتان	الهيئة الأكاديمية المشتركة قسم : الرياضيات	 المركز التربوي للبحوث والإنماء
---	---	---

أسس التصحيح (تراعي تعليق الدروس والتوصيف المعدل للعام الدراسي 2016-2017 وحتى صدور المناهج المطورة)

Question I		note
1	$\bar{x} = 5,5$ et $\bar{y} = 908,33$	1
2		1.5
3	$y = 147,142x + 99,047$	1.5
4	pour $x = 13$, $y = 147,142 \times 13 + 99,047 = 2011,893$ millions LL	1

Question II									note
1)	a-	$P(A \cap F) = \frac{1}{15}, P(A \cap H) = \frac{1}{5}, P(A \cap S) = \frac{2}{15},$ $P(F) = P(A \cap F) + P(B \cap F) = \frac{2}{30} + \frac{5}{30} = \frac{7}{30}$							0.5 0.5 0.5 0.5
	b-	$P(F / A) = \frac{P(F \cap A)}{P(A)} = \frac{2}{7}$							0.5
2)	a-	X = x _i	5 000	10 000	15 000	50 000	80 000	Total	1
		P(X = x _i)	$\frac{1}{15}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{15}$	1	
	b-	$E(X) = \sum P_i \times x_i = 23$. La moyenne payée par un client est 23 000 LL.							0.5
Question III									note
1)	a-	$C_1 = 10\,000\,000 + 10\,000\,000 \times 0.08 + 400\,000 = 11\,200\,000$ $C_2 = 11\,200\,000 + 11\,200\,000 \times 0.08 + 400\,000 = 12\,496\,000$ $\frac{C_1}{C_0} \neq \frac{C_2}{C_1}$ and $C_1 - C_0 \neq C_2 - C_1$							0.25 0.25 0.25 0.25
	b-	$C_{n+1} = C_n + 0.08C_n + 400\,000 = 1.08C_n + 400\,000$							0.5
2)	a-	$U_{n+1} = 1.08(C_n + 5\,000\,000) = 1.08U_n$; (U _n) est une suite géométrique de raison 1.08 dont le premier terme U ₀ = 15 000 000.							1
	b-	$U_n = U_0 \times r^n = 15 \times 1000\,000 \times 1.08^n$ and $C_n = 15 \times 1000\,000 \times 1.08^n - 5\,000$							0.5 0.5
	c-	$C_{18} = 15\,000\,000 \times 1.08^{18} - 5\,000 = 54\,940\,000LL$							0.5

Question IV		note									
A	1) $h(1)=2,8$ donc $a+b=2,8$ $h'(1)=-1,2$ alors $b-1=-1,2$ alors $b=-0,2$ and $a=3$ 2) 	1,5									
B-1	$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 3$ $y=3$ asymptote horizontale.	0,5									
B-2	$g'(x) = 0,6e^{-0,2x}$. <table border="1" data-bbox="251 745 609 955"> <tr> <td>x</td><td>0</td><td>$+\infty$</td></tr> <tr> <td>$g'(x)$</td><td></td><td>+</td></tr> <tr> <td>$g(x)$</td><td></td><td>3</td></tr> </table> 0 	x	0	$+\infty$	$g'(x)$		+	$g(x)$		3	1
x	0	$+\infty$									
$g'(x)$		+									
$g(x)$		3									
B-3	Soit $L(x)=f(x)-g(x)$ $L(2,93) \times L(2,95) < 0$ Donc $2,93 < \alpha < 2,95$	0,5									
B-4		1									
C-1	$S(2)=1.906$ milles articles	0,5									
C2	$D(p)=2$ donc $e^{-0,2p}=\frac{-1}{3}$ donc $p=\ln(3)/0.2$ donc $p=5.4930$ milles LL.	0,5									
C-3	2.94 est le prix d'équilibre du marché. Revenue= $2.94 \times D(2.94)=3.921$ en millions de LL.	1									
C-4-a	$e(p)=\frac{0.2p e^{-0.2p}}{1-e^{-0.2p}}$	0,5									
C-4-b	$e(2.94)=0.73$ si le prix augmente de 1% a partir du prix 2.94 alors la demande diminue de 0,73%	1									

