

المادة: الرياضيات الشهادة: الثانوية العامة - فرع الاجتماع والاقتصاد نموذج رقم - 1 المدة : ساعتان	الهيئة الأكاديمية المشتركة قسم : الرياضيات	 المركز العربي للبحوث والدراسات
--	---	---

نموذج مسابقة (يراعي تعليق الدروس والتوصيف المعدل للعام الدراسي ٢٠١٦-٢٠١٧ وحتى صدور المناهج المطورة)

ارشادات عامة : - يسمح باستعمال آلة حاسبة غير قابلة للبرمجة او اختزان المعلومات او رسم البيانات.  
- يستطيع المرشح الإجابة بالترتيب الذي يناسبه دون الالتزام بترتيب المسائل الوارد في المسابقة.

### I- (4 points)

Le tableau suivant représente le TVA sur les tissus durant les 6 dernières années dans un certain pays.

Année	2010	2011	2012	2013	2014	2015
Rang de l'année $x_i$	3	4	5	6	7	8
TAV $y_i$ (en millions de LL)	600	700	750	950	1100	1350

- 1) Calculer les moyennes  $\bar{x}$  et  $\bar{y}$  des deux séries statistiques  $x_i$  et  $y_i$  respectivement.
- 2) Représenter graphiquement le nuage de points  $(x_i ; y_i)$  ainsi que le point moyen  $G(\bar{x} ; \bar{y})$  dans un repère orthogonal.
- 3) Ecrire une équation de la droite de régression  $D_{y/x}$  de  $y$  en fonction de  $x$  et tracer cette droite dans le repère précédent.
- 4) On suppose que le modèle précédent reste valable jusqu'en 2020.  
Estimer le TVA sur les tissus dans l'année 2020.

### II- (4 points)

Un magasin vend des produits (parfums, des gels pour cheveux et des shampoing) de deux marques A et B.

10% de la marque A sont des parfums, 30 % sont des gels pour cheveux et le reste est constitué de shampoing.

50% de la marque B sont des parfums, 20 % sont des gels pour cheveux et le reste est constitué de shampoing.

Un client choisit un produit au hasard.

On considère les événements:

- A: "Le produit est de la marque A"  
B: "Le produit est de la marque B"  
H: "Le produit est un gel pour cheveux"  
F: "Le produit est un parfum"  
S: "Le produit est un shampoing"

On suppose que  $P(A) = \frac{2}{3}$  et  $P(B) = \frac{1}{3}$ .

1)

- a- Calculer les probabilités:  $P(A \cap F)$ ,  $P(A \cap H)$ ,  $P(A \cap S)$  et  $P(F)$ .
- b- Calculer la probabilité de l'événement: "Le produit choisi est de marque A, sachant que c'est un parfum.

2) Les prix des produits sont donnés dans le tableau ci-dessous.

	Shampooing	Parfum	Gel pour cheveux
A	15 000 LL	80 000 LL	10 000 LL
B	10 000 LL	50 000 LL	5 000 LL

On désigne par  $X$  la variable aléatoire qui représente la somme payée par le client.

- Déterminer la loi de probabilité de  $X$ .
- Calculer l'espérance mathématique de  $X$ . Interpréter le résultat obtenu.

### III- (4 points)

Pour assurer l'avenir de leur nouveau-né, une banque propose aux parents l'offre suivante: Pour un dépôt de 10 000 000 LL, à un taux d'intérêt annuel de 8 % capitalisé annuellement, auquel une somme de 400 000 LL s'ajoute à la fin de chaque année.

On désigne par  $C_0$  le capital initial ( $C_0 = 10\,000\,000$ ), et par  $C_n$  le capital obtenu à la fin de la  $n$ ème année.

- Vérifier que  $C_1 = 11\,200\,000$  et calculer  $C_2$ . En déduire que la suite  $(C_n)$  n'est ni arithmétique ni géométrique.
  - Exprimer  $C_{n+1}$  en fonction de  $C_n$ .
- On considère la suite  $(U_n)$  définie par :  $U_n = C_n + 5\,000\,000$ .
  - Montrer que  $(U_n)$  est une suite géométrique de raison 1,08 et dont on déterminera le premier terme.
  - Exprimer  $U_n$  en fonction  $n$ . En déduire  $C_n$  en fonction de  $n$ .
  - Que sera, 18 ans plus tard, le montant du capital de l'enfant dont les parents ont accepté cette offre ?

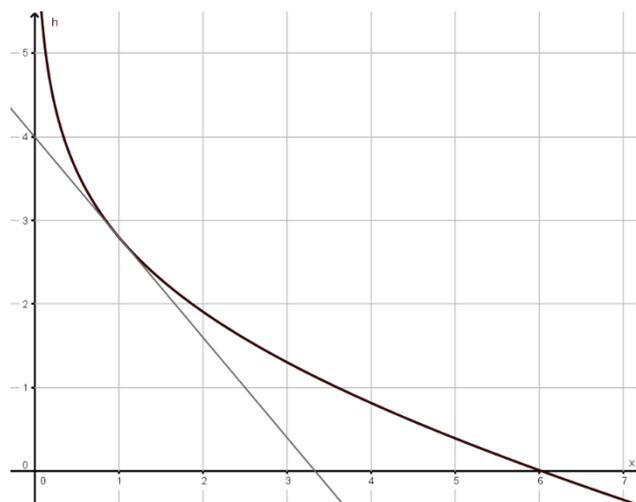
### IV-(8points)

La courbe ci – contre (C) représente une fonction  $h$  continue et strictement décroissante sur l'intervalle  $]0 ; + \infty[$ , définie par :

$$h(x) = a + bx - \ln(x) \text{ où } a \text{ et } b \text{ sont deux nombres réels.}$$

**Indication:** La droite (d) d'équation:  $y = -1,2x + 4$  est tangente à la courbe (C) en un point  $(1; 2,8)$

- A)** 1) Montrer que  $a = 3$  et  $b = -0,2$   
 2) Dresser le tableau de variation de  $h$ .



**B)** Soit  $g$  une fonction définie sur  $]0 ; + \infty[$  par :  $g(x) = 3(1 - e^{-0,2x})$ .  
 Soit  $(C_1)$  la courbe représentative de  $g$  dans un repère orthonormé.

- Calculer  $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$  et déduire une asymptote à  $(C_1)$ .
- Calculer  $g'(x)$  la dérivée de  $g$  et dresser son tableau de variations.
- $(C_1)$  coupe  $(C)$  en un point d'abscisse  $\alpha$ . Vérifier que  $2,93 < \alpha < 2,95$
- Tracer  $(C_1)$  et  $(C)$  dans le même repère.

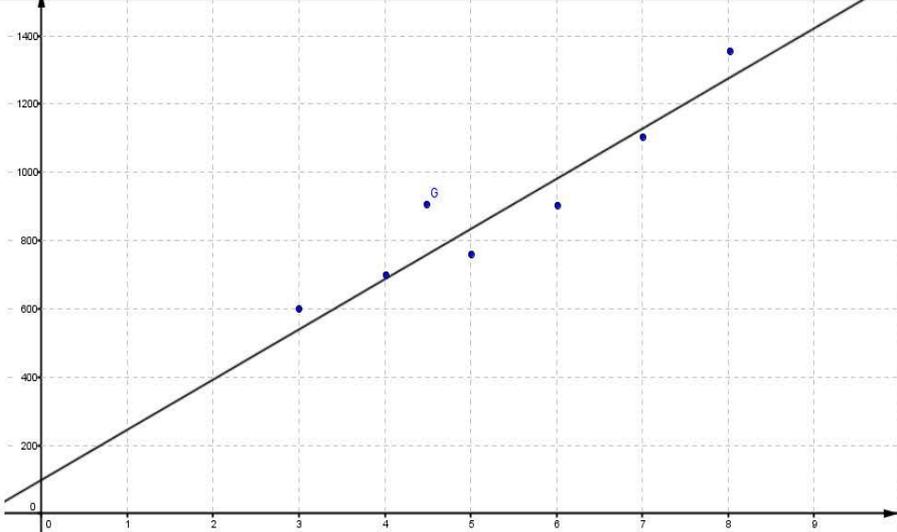
**C) Dans ce qui suit prendre  $\alpha = 2,94$**

Une usine produit un certain article électronique. Les fonctions de demande et d'offre exprimées en milliers d'articles sont modélisées respectivement par  $D(p) = 3(1 - e^{-0.2p})$  et  $S(p) = 3 - 0.2p - \ln p$ .  
Où  $p$  est le prix de l'unité (prix d'un article) en milliers de LL. ( $0,2 \leq p \leq 5$ ).

1. Calculer l'offre qui correspond à un prix de l'unité de 2 000 LL.
2. Calculer le prix de l'unité pour une demande de 2000 articles.
3. Donnez une interprétation économique pour la valeur 2,94 de  $\alpha$ .  
Calculez, dans ce cas, le revenu total.
- 4.a- Déterminer  $e(p)$ , l'élasticité de la demande en fonction de  $p$ .  
b - Calculer  $e(2,94)$ , et donne une interprétation économique du résultat obtenu.

المادة: الرياضيات الشهادة: الثانوية العامة - فرع الاجتماع والاقتصاد نموذج رقم - ١ - المدة: ساعتان	الهيئة الأكاديمية المشتركة قسم: الرياضيات	 المركز العلمي للبحوث والابتداء
---	--	---

أسس التصحيح (تراعي تطبيق الدروس والتوصيف المعدل للعام الدراسي ٢٠١٦-٢٠١٧ وحتى صدور المناهج المطورة)

Question I		note
1	$\bar{x} = 5,5$ et $\bar{y} = 908,33$	1
2		1.5
3	$y = 147,142x + 99,047$	1.5
4	pour $x = 13$ , $y = 147,142 \times 13 + 99,047 = 2011,893$ millions LL	1

Question II		note														
1)	a- $P(A \cap F) = \frac{2}{5}$ , $P(A \cap H) = \frac{1}{5}$ , $P(A \cap S) = \frac{2}{5}$ , $P(F) = P(A \cap F) + P(B \cap F) = \frac{2}{5} + \frac{5}{30} = \frac{17}{30}$	0.5 0.5 0.5 0.5														
	b- $P(F/A) = \frac{P(F \cap A)}{P(A)} = \frac{12}{17}$	0.5														
2)	a- <table border="1" style="display: inline-table; margin-left: 20px;"> <thead> <tr> <th><math>X = x_i</math></th> <th>5 000</th> <th>10 000</th> <th>15 000</th> <th>50 000</th> <th>80 000</th> <th>Total</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td><math>P(X = x_i)</math></td> <td><math>\frac{1}{15}</math></td> <td><math>\frac{3}{10}</math></td> <td><math>\frac{2}{5}</math></td> <td><math>\frac{1}{6}</math></td> <td><math>\frac{1}{15}</math></td> <td>1</td> </tr> </tbody> </table>	$X = x_i$	5 000	10 000	15 000	50 000	80 000	Total	$P(X = x_i)$	$\frac{1}{15}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{15}$	1	1
	$X = x_i$	5 000	10 000	15 000	50 000	80 000	Total									
$P(X = x_i)$	$\frac{1}{15}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{15}$	1										
b-	$E(X) = \sum P_i \times x_i = 23$ . La moyenne payée par un client est 23 000 LL.	0.5														

Question III		note	
1)	a- $C_1 = 10\,000\,000 + 10\,000\,000 \times 0.08 + 400\,000 = 11\,200\,000$ $C_2 = 11\,200\,000 + 11\,200\,000 \times 0.08 + 400\,000 = 12\,496\,000$ $\frac{C_1}{C_0} \neq \frac{C_2}{C_1}$ and $C_1 - C_0 \neq C_2 - C_1$	0.25 0.25 0.25 0.25	
	b-	$C_{n+1} = C_n + 0.08C_n + 400\,000 = 1.08C_n + 400\,000$	0.5
2)	a-	$U_{n+1} = 1.08(C_n + 5\,000\,000) = 1.08U_n$ ; $(U_n)$ est une suite géométrique de raison 1.08 dont le premier terme $U_0 = 15\,000\,000$ .	1
	b-	$U_n = U_0 \times r^n = 15 \times 10\,000\,000 \times 1.08^n$ and $C_n = 15 \times 10\,000\,000 \times 1.08^n - 5\,000$	0.5 0.5
	c-	$C_{18} = 15\,000\,000 \times 1.08^{18} - 5\,000 = 54\,940\,000$ LL	0.5

Question IV		note									
A	<p>1) <math>h(1)=2,8</math> donc <math>a+b=2,8</math>  <math>h'(1)=-1,2</math> alors <math>b-1=-1,2</math> alors <math>b=-0,2</math> and <math>a=3</math></p> <p>2)</p>	1,5									
B-1	$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 3$ $y=3$ asymptote horizontale.	0,5									
B-2	$g'(x) = 0,6e^{-0,2x}$ . <table border="1" style="margin-left: 20px;"> <tr> <td><math>x</math></td> <td>0</td> <td><math>+\infty</math></td> </tr> <tr> <td><math>g'(x)</math></td> <td></td> <td>+</td> </tr> <tr> <td><math>g(x)</math></td> <td>0</td> <td>3</td> </tr> </table>	$x$	0	$+\infty$	$g'(x)$		+	$g(x)$	0	3	1
$x$	0	$+\infty$									
$g'(x)$		+									
$g(x)$	0	3									
B-3	Soit $L(x)=f(x)-g(x)$ $L(2,93) \times L(2,95) < 0$ Donc $2,93 < \alpha < 2,95$	0,5									
B-4		1									
C-1	$S(2)=1.906$ milles articles	0,5									
C2	$D(p)=2$ donc $e^{-0,2p}=\frac{-1}{3}$ donc $p=\ln(3)/0.2$ donc $p=5.4930$ milles LL.	0,5									
C-3	2.94 est le prix d'équilibre du marché. Revenu= $2.94 \times D(2.94)=3.921$ en millions de LL.	1									
C-4- a	$e(p)=\frac{0.2p e^{-0.2p}}{1-e^{-0.2p}}$	0,5									
C-4- b	$e(2.94)=0.73$ si le prix augmente de 1% a partir du prix 2.94 alors la demande diminue de 0,73%	1									