المركز التربوي للبحوث والإنماء	الهيئة الأكاديميّة المشتركة قسم : الرياضيات	المادة: الرياضيات الشهادة: المتوسطة نموذج رقم -١- المدّة : ساعتان

نموذج مسابقة (يراعي تعليق الدروس والتوصيف المعدّل للعام الدراسي ٢٠١٦-٢٠١٧ وحتى صدور المناهج المطوّرة)

ارشادات عامة : - يسمح باستعمال آلة حاسبة غير قابلة للبرمجة او اختزان المعلومات او رسم البيانات.
- يستطيع المرشح الإجابة بالترتيب الذي يناسبه دون الالتزام بترتيب المسائل الوارد في المسابقة.

I- (2 points)

On considère les trois nombres A, B et C.

A= $\frac{33 \text{ x } 10^{-4} \text{ x } 30 \text{ x } 10^{2}}{36 \text{ x } 10^{-2} \text{ x } 22 \text{ x } 10}$; B= $\frac{7-\frac{11}{3}}{1-\frac{1}{6}}$; C= $(\sqrt{2}-1)^2+(\sqrt{2}+1)^2$

En détaillant les étapes de calcul,

1) Ecrire A sous forme d'une fraction irréductible.
2) Montrer que B est un entier.
3) Vérifier que C = B +16A.

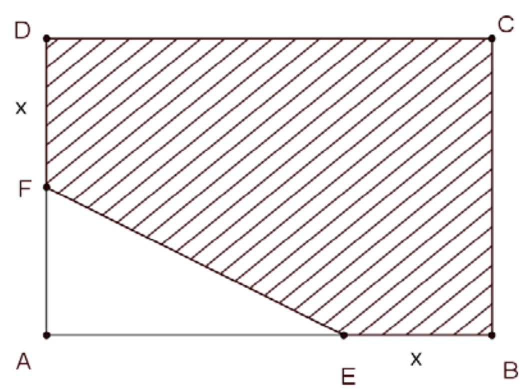
II- (3 points)

Le périmètre d'un rectangle vaut 28cm. Si on subit une réduction de 10% sur sa longueur et une augmentation de 20% sur sa largeur, le périmètre sera 28,8cm.

a) Ecrire un système de 2 équations à 2 inconnues traduisant les informations précédentes.
b) Vérifier que la longueur initiale de ce rectangle est de 8cm, et calculer sa largeur.
c) Déterminer la nature du quadrilatère après changement des dimensions.

III- (4 points) Dans la figure ci-contre :

- x est une longueur exprimée en cm telle que $0 < \mathrm{x} < 4$.
- ABCD est un rectangle tel que AB=6cm et AD= 4cm.
- BE = DF $= \mathrm{x}$



On désigne par Y l'aire de la partie hachurée.

1) Montrer que Y = $-\frac{1}{2}(\mathrm{x}^2-10\mathrm{x}-24)$.

2) a. Vérifier que Y= $-\frac{1}{2}((\mathrm{x}-5)^2-49)$.

b. Déterminer x dans le cas où Y = 20.

3) On désigne par Z l'aire d'un carré de côté (x+2).

a. Exprimer Z en fonction de x.

b. Simplifier $\frac{\mathrm{Y}}{\mathrm{Z}}$.

c. Peut-on calculer x pour que Y = Z ?

IV- (5 points)

Dans un repère orthonormé d'axes (x'Ox, y'Oy), on considère les points A(3; 0) et B(-1; 2).
Soit (d) la droite d'équation $y = 2x + 4$.

1) a. Placer les points A et B.

b. La droite (d) coupe x'Ox en E et y'Oy en F.

Déterminer les coordonnées des points E et F, puis tracer (d).

c. Vérifier que B est le milieu de [EF].

2) a. Déterminer l'équation de la droite (AB).

b. Vérifier que (AB) est la médiatrice de [EF].

3) On considère le point $H(0\,;\frac{3}{2})$

a. Vérifier que H est un point de la droite (AB).

b. Montrer que H est l'orthocentre du triangle AEF.

4) Soit (C) le cercle de diamètre [AF] et (Δ) la droite qui passe par A et parallèle à (EH).

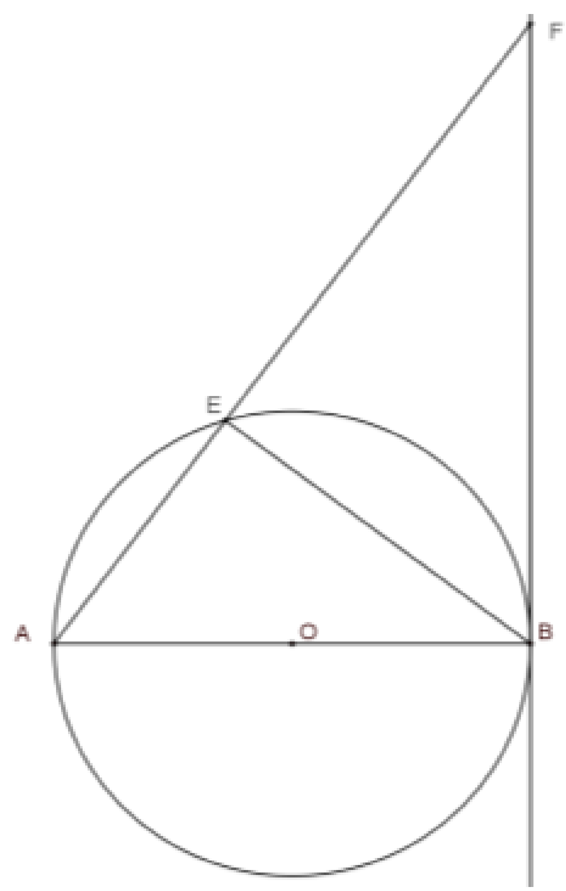
a. Vérifier que O et B sont deux points du cercle (C).

b. Ecrire une équation de la droite (Δ).

c. Montrer que (Δ) est tangente à (C).

V- (5 points) Dans la figure ci-contre:

- AB = 5 cm.
- (C) est le cercle de diamètre [AB] de centre O.
- E est un point de (C) tel que AE = 3cm.
- La tangente à (C) en B coupe (AE) en F .



1) Reproduire cette figure.

2) a. Calculer BE.

b. Montrer que les deux triangles AEB et ABF sont semblables.

c. En déduire BF et EF.

3) L est un point de (FB) tels que $BL = \frac{15}{4}$, et B entre L et F.

a. Comparer les deux rapports $\frac{FE}{EA}$ et $\frac{FB}{BL}$.

b. Déduire que (BE) est parallèle à (AL).

c. Montrer que $AL = \frac{25}{4}$.

4) La droite (EO) coupe le cercle (C) en H. Soit G le milieu de [BL].

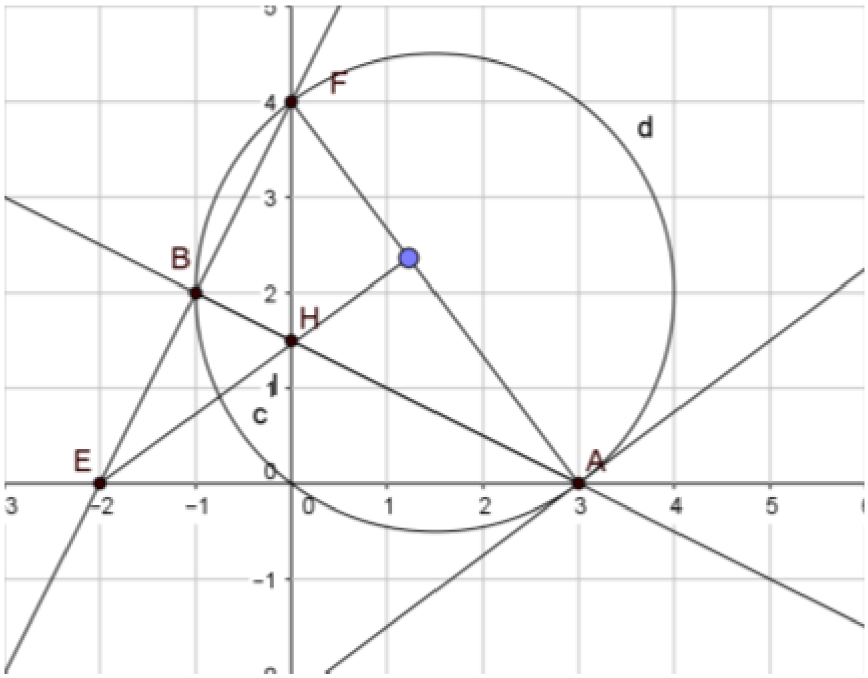
a. Montrer que le quadrilatère EAHB est un rectangle. En déduire que H est sur la droite (AL).

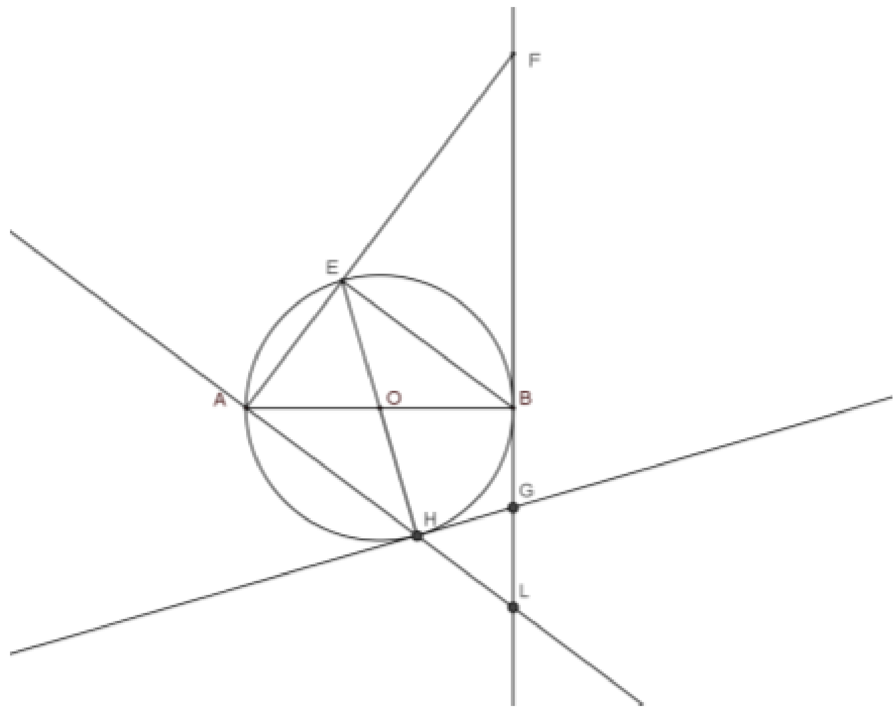
b. Montrer que (GH) est tangente a (C).

c. Calculer, arrondie au degré près, la mesure de l'angle $\widehat{GHB}$.

أسس التصحيح (تراعي تعليق الدروس والتوصيف المعدّل للعام الدراسي ٢٠١٦-٢٠١٧ وحتى صدور المناهج المطوّرة)

Question I		
	Réponses	note
1	$A = \frac{33 \text{ x } 10^{-4} \text{x } 30 \text{ x } 10^{2}}{36 \text{ x } 10^{-2} \text{x } 22 \text{ x } 10} = \frac{9\text{x } 10^{-1}}{72\text{x } 10^{-1}} = \frac{1}{8}$ ¼ + ¼ $B = \frac{\frac{10}{3}}{\frac{5}{6}} = 4$, ¼ + ¼ C =$(\sqrt{2}-1)^2+(\sqrt{2}+1)^2$ =$2-2\sqrt{2}+1+2+2\sqrt{2}+1=6$ ¼ + ¼ +¼	1¾
2	$16A+B=2+4=6$ $\text{C}=6$, donc C = B +16A.	¼
Question II		
a	2x +2y=28cm (1-0,1)x+(1+0.2)y=28,8 cm	1¼
b	x=8, y= 6	1
c	1,2y=7.2 et 0,9x =7.2 donc le quadrilatère est un carré.	¾
Question III		
1	Aire de la partie hachurée Y = $24-\frac{(4-\text{x})(6-\text{x})}{2}$ = $\frac{-\text{x}^2+10\text{x}+24}{2} = -\frac{1}{2}(\text{x}^2-10\text{x}-24)$.	1
2.b	20= $-\frac{1}{2}((x-5)^2-49)$ alors$(x-5)^2-49=-40$, $(\text{x}-5)^2=9$ x-5=3 ou x-5=-3 alors x=8(inacceptable) ou x=2. ¼ + ¼ +¼ + ¼ +¼	1¼
3.a	Z = (x+2)2	¼
3.b	$\frac{\text{Y}}{\text{Z}}$ = $\frac{-\frac{1}{2}(x-12)(x+2)}{(\text{x}+2)^2}$ = $\frac{-\frac{1}{2}(x-12)}{(\text{x}+2)}$ = $\frac{-(x-12)}{2(\text{x}+2)}$ (avec x$\neq -2$)	½
3.c	Y= Z donc $\frac{-(x-12)}{2(\text{x}+2)}$ =1 alors $-(x-12)$ = $2(\text{x}+2)$ donc x= $\frac{8}{3}$ acceptable.	1
Question IV		

1.a		½
1.b	E(-2;0) et F(0 ; 4)	½
1.c	xB = $\frac{(\text{xE+xF})}{2}$ yB=$\frac{(\text{yE+yF})}{2}$	½
2.a	L'équation de (AB) : y = a x+b a(AB)= $\frac{(\text{yB}-\text{yA})}{(xB-xA)} = \frac{-1}{2}$ et yB = $\frac{-1}{2}$ xB+b donc b = $\frac{3}{2}$.	¾
2.b	pente(AB) × pente(d) = -1 et (AB) passe par B milieu de [EF] donc (AB) est la médiatrice de [EF].	½
3.a	yH = $\frac{-1}{2}$ xH+ $\frac{3}{2}$. donc H est un point de (AB)	¼
3.b	(FH) ⊥ à (EA) et (AB) ⊥ à (EF), (AB) et (FH) se rencontrent en H alors H est l'orthocentre du triangle AEF.	¾
4.a	$\widehat{ABF} = 90°$ (ABF triangle inscrit dans un demi-cercle de diamètre [AF]) $\widehat{AOF} = 90°$ (AOF triangle inscrit dans un demi-cercle de diamètre [AF]) donc B et O sont deux points du cercle.	½
4.b	L'équation de (Δ) : y = a x+b a(Δ) = a(EH) = $\frac{(\text{yE}-\text{yH})}{(xE-xH)} = \frac{3}{4}$	¾

	et yA = $\frac{3}{4}$ xA+b donc b = $\frac{9}{4}$.	
4.c	(EH) ⊥ à (FA) et (Δ)//à (EH) donc (Δ)⊥ à (FA) en A donc (Δ) est tangente au cercle (C) en A.	½
	Question V	
1		½
2.a	Dans le triangle AEB rectangle en E. D'après Pythagore $BE^2 = AB^2 - AE^2$, BE = 4.	½
2.b	Les 2 triangles BDE et BAD sont semblables car : $\hat{A}$ angle commun $\widehat{AEB} = \widehat{ABF} = 90$	½
2.c	Rapport de similitude : $\frac{AE}{AB} = \frac{AB}{AF} = \frac{EB}{BF}$ ¼ $\frac{3}{5} = \frac{5}{AF} = \frac{4}{BF}$ donc BF= $\frac{20}{3}$ et AF= $\frac{25}{3}$ donc EF= $\frac{25}{3}$ $-$3= $\frac{16}{3}$.	½
3.a	$\frac{EF}{EA}$ = $\frac{16}{9}$ et $\frac{FB}{BL}$ = $\frac{16}{9}$.	½
3.b	$\frac{EF}{EA}$ = $\frac{FB}{BL}$, alors les deux droites (EB) et (AL) sont parallèles d'après la réciproque de Thalès.	½
3.c	$\frac{EF}{FA}$ = $\frac{EB}{AL}$ donc AL= $\frac{25}{4}$.	½
4.a	Le quadrilatere est un rectangle car ses diagonales se coupent en leur milieu O et l'angle AEB est rectangle.	1

	Les deux droites (AH) et (AL) sont confondues (deux parallèle à une même troisième (EB) et passant par un même point A).Donc H est sur (AL).	
4.b	Dans le triangle BHL rectangle en H on HG= GB= GL (la médiane vaut la moitié de l'hypoténuse) Alors les deux triangles OBG et OHG sont isométriques. $\widehat{GHO} = \widehat{OBL} = 90$ alors BH tangent à (C).	½
4.c	$\cos\widehat{GBH} = \frac{BH}{BL} = \frac{3}{\frac{15}{4}} = \frac{4}{5}$ Alors $\widehat{GBH} = cos^{-1}\left(\frac{4}{5}\right)$=36,8°≈ 37°	½