المادة: الرياضيات الشهادة: المتوسطة نموذج رقم -١- المدّة : ساعتان	الهيئة الأكاديميّة المشتركة قسم : الرياضيات	المركز التربوي للبحوث والإنماء

نموذج مسابقة (يراعي تعليق الدروس والتوصيف المعدّل للعام الدراسي ٢٠١٦-٢٠١٧ وحتى صدور المناهج المطوّرة)

ارشادات عامة : - يسمح باستعمال آلة حاسبة غير قابلة للبرمجة او اختزان المعلومات او رسم البيانات.
- يستطيع المرشح الإجابة بالترتيب الذي يناسبه دون الالتزام بترتيب المسائل الوارد في المسابقة.

I- (2 points)

On considère les nombres A, B et C.

$A=\frac{33 \times 10^{-4} \times 30 \times 10^{2}}{36 \times 10^{-2} \times 22 \times 10}$; $B=\frac{7-\frac{11}{3}}{1-\frac{1}{6}}$; $C=(\sqrt{2}-1)^2+(\sqrt{2}+1)^2$

En détaillant les étapes de calcul,

1) Écrire A sous la forme d'une fraction irréductible.
2) Montrer que B est un entier.
3) Vérifier que C = B +16A.

II- (3 points)

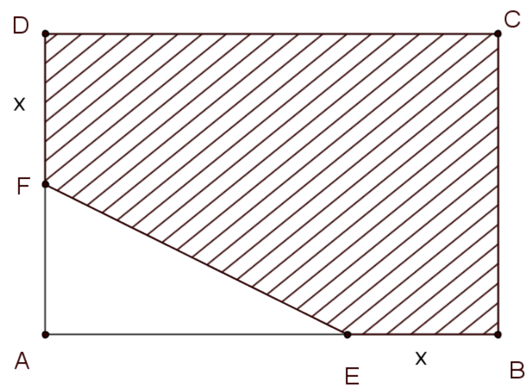
Le périmètre d'un rectangle est de 28cm. Si on diminue de 10% la longueur et on augmente de 20% sa largeur, le périmètre sera 28,8cm.

a) Écrire un système de 2 équations à 2 inconnues traduisant les informations précédentes.
b) Vérifier que la longueur initiale de ce rectangle est de 8cm, et calculer sa largeur.
c) Déterminer la nature du quadrilatère après ce changement des dimensions.

III- (4 points) Dans la figure ci-contre :

- x *est une longueur exprimée en cm telle que* $0 < x < 4$.
- ABCD est un rectangle tel que AB=6cm et AD= 4cm.
- BE = DF = x

On désigne par Y l'aire de la partie hachurée.



1) Montrer que $Y = -\frac{1}{2}(x^2-10x-24)$.

2) a. Vérifier que $Y=-\frac{1}{2}((x-5)^2-49)$.

b. Déterminer x dans le cas où Y = 20.

3) On désigne par Z l'aire d'un carré de côté (x+2).

a. Exprimer Z en fonction de x.

b. Simplifier $\frac{Y}{Z}$.

c. Peut-on calculer x pour que Y = Z ?

IV- (5,5 points)

Dans un repère orthonormé d'axes (x'Ox, y'Oy), on considère les points A(3; 0), B(-1; 2) et la droite (d) d'équation $y = 2x + 4$.

1) a. Placer les points A et B.

b. La droite (d) coupe x'Ox en E et y'Oy en F.

Déterminer les coordonnées des points E et F, puis tracer (d).

c. Vérifier que B est le milieu de [EF].

2) a. Déterminer l'équation de la droite (AB).

b. Vérifier que (AB) est la médiatrice de [EF].

3) On considère le point H$(0\ ;\frac{3}{2})$

a. Vérifier que H est un point de la droite (AB).

b. Montrer que H est l'orthocentre du triangle AEF.

4) Soit (C) le cercle de diamètre [AF] et (Δ) la droite qui passe par A et parallèle à (EH).

a. Vérifier que O et B sont deux points du cercle (C).

b. Écrire une équation de la droite (Δ).

c. Montrer que (Δ) est tangente à (C).

V- (5,5 points) Dans la figure ci-contre:

- AB = 5 cm.
- (C) est le cercle de diamètre [AB] de centre O.
- E est un point de (C) tel que AE = 3cm.
- La tangente à (C) en B coupe (AE) en F .

1) Reproduire cette figure.

2) a. Calculer BE.

b. Montrer que les triangles AEB et ABF sont semblables.

c. En déduire BF et EF.

3) L est un point de (FB) tel que BL = $\frac{15}{4}$ cm, et **B entre L et F**.

a. Comparer les rapports $\frac{FE}{EA}$ et $\frac{FB}{BL}$.

b. Déduire que (BE) est parallèle à (AL).

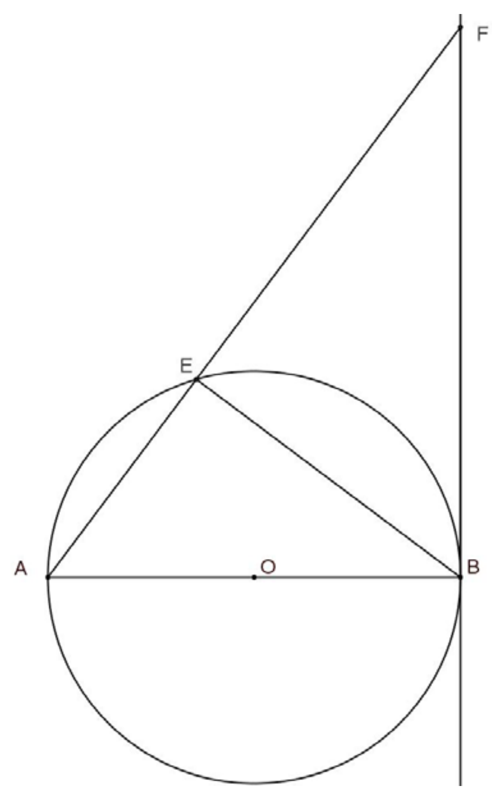
c. Montrer que AL = $\frac{25}{4}$ cm .

4) La droite (EO) coupe le cercle (C) en H. Soit G le milieu de [BL].

a. Montrer que le quadrilatère EAHB est un rectangle.
En déduire que H est sur la droite (AL).

b. Montrer que (GH) est tangente à (C).

c. Calculer la mesure de l'angle $\widehat{GHB}$ arrondie au degré près.



<table>
<tr><td>المادة: الرياضيات
الشهادة: المتوسطة

نموذج رقم -١-
المدّة : ساعتان</td><td>الهيئة الأكاديميّة المشتركة
قسم : الرياضيات</td><td>المركز التربوي للبحوث والإنماء</td></tr>
</table>

أسس التصحيح (تراعي تعليق الدروس والتوصيف المعدّل للعام الدراسي ٢٠١٦-٢٠١٧ وحتى صدور المناهج المطوّرة)

<table>
<tr><td colspan="3">Question I</td></tr>
<tr><td></td><td>Réponses</td><td>note</td></tr>
<tr><td>1</td><td>$A = \frac{33 \text{ x } 10^{-4} \text{x } 30 \text{ x } 10^{2}}{36 \text{ x } 10^{-2} \text{x } 22 \text{ x } 10} = \frac{9\text{x } 10^{-1}}{72\text{x } 10^{-1}} = \frac{1}{8}$ ¼ + ¼

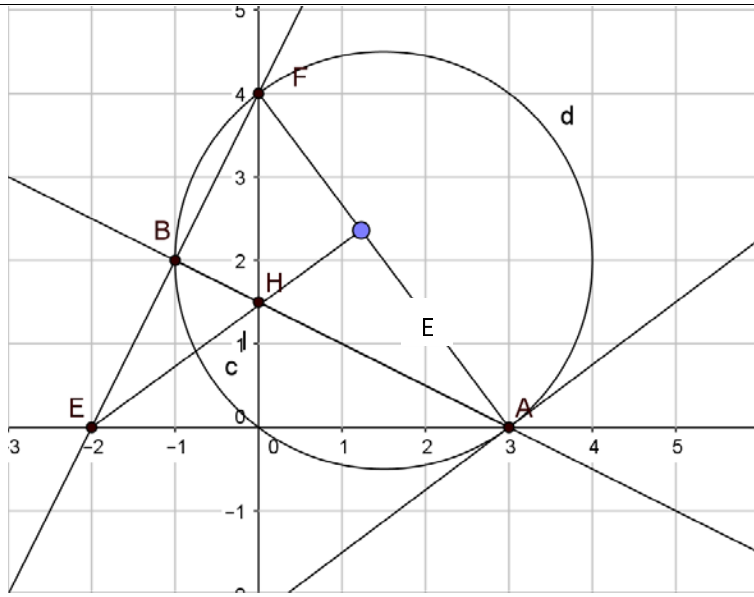
$B = \frac{\frac{10}{3}}{\frac{5}{6}} = 4$, ¼ + ¼

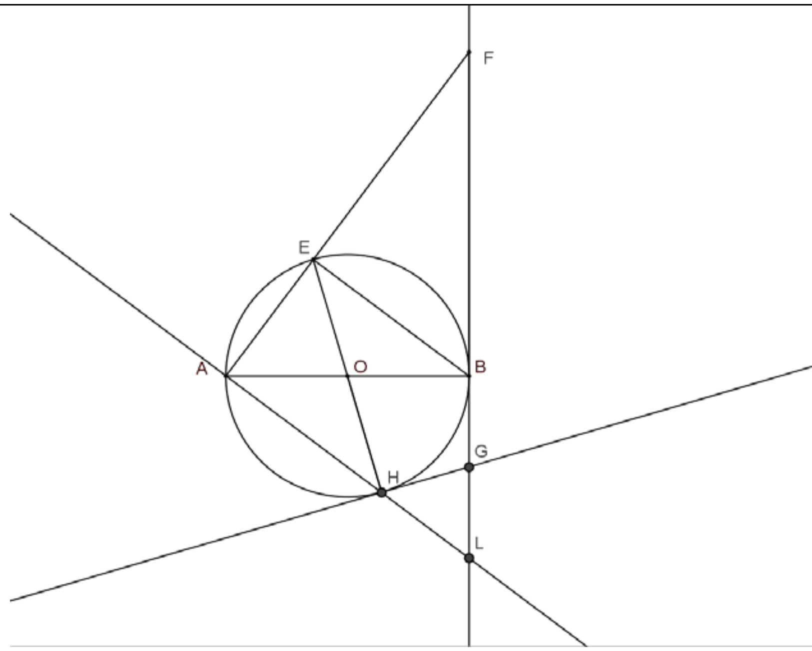
C =$(\sqrt{2}-1)^2 + (\sqrt{2}+1)^2$ =$2-2\sqrt{2}+1+2+2\sqrt{2}+1 = 6$ ¼ + ¼ +¼</td><td>1¾</td></tr>
<tr><td>2</td><td>$16A + B = 2 + 4 = 6$

C = 6 ,donc C = B +16A.</td><td>¼</td></tr>
<tr><td colspan="3">Question II</td></tr>
<tr><td>a</td><td>2x +2y=28cm

(1-0,1)x+(1+0.2)y=28.8cm</td><td>1¼</td></tr>
<tr><td>b</td><td>x=8, y= 6</td><td>1</td></tr>
<tr><td>c</td><td>1,2y=7.2 et 0,9x =7.2 donc le quadrilatère est un carré.</td><td>¾</td></tr>
<tr><td colspan="3">Question III</td></tr>
<tr><td>1</td><td>Aire de la partie hachurée Y = $24 - \frac{(4-x)(6-x)}{2} = \frac{-x^2+10x+24}{2} = -\frac{1}{2}(x^2-10x-24)$.</td><td>1</td></tr>
<tr><td>2.b</td><td>20=$-\frac{1}{2}((x-5)^2 - 49)$ alors$(x-5)^2 - 49 = -40$, $(x-5)^2 = 9$

x-5=3 ou x-5=-3 alors x=8(inacceptable) ou x=2. ¼ + ¼ +¼ + ¼ +¼</td><td>1¼</td></tr>
<tr><td>3.a</td><td>Z = $(x+2)^2$</td><td>¼</td></tr>
<tr><td>3.b</td><td>$\frac{Y}{Z} = \frac{-\frac{1}{2}(x-12)(x+2)}{(x+2)^2} = \frac{-\frac{1}{2}(x-12)}{(x+2)} = \frac{-(x-12)}{2(x+2)}$ (avec $x \neq -2$)</td><td>½</td></tr>
</table>

Question IV		
1.a		½
1.b	E(--٢;٠) et F(0 ; 4)	½
1.c	$x_B = \frac{(xE+xF)}{2}$ $y_B=\frac{(yE+yF)}{2}$	½
2.a	L'équation de (AB) : y = a x+b $a(AB)=\frac{(yB-yA)}{(xB-xA)}=\frac{-1}{2}$ et $y_B=\frac{-1}{2}x_B+b$ donc $b=\frac{3}{2}$.	¾
2.b	pente(AB) × pente(d) = -1 et (AB) passe par B milieu de [EF] donc (AB) est la médiatrice de [EF].	½
3.a	$y_H=\frac{-1}{2}x_H+\frac{3}{2}$. donc H est un point de (AB)	¼
3.b	(FH) ⊥ à (EA) et (AB) ⊥ à (EF), (AB) et (FH) se rencontrent en H alors H est l'orthocentre du triangle AEF.	¾
4.a	$\widehat{ABF}=90°$ (ABF triangle inscrit dans un demi-cercle de diamètre [AF]) $\widehat{AOF}=90°$ (AOF triangle inscrit dans un demi-cercle de diamètre [AF]) donc B et O sont deux points du cercle.	½
4.b	L'équation de (Δ) : y = a x+b $a(\Delta)=a(EH)=\frac{(yE-yH)}{(xE-xH)}=\frac{3}{4}$	¾

4.b	L'équation de (Δ) : y = a x+b $a(\Delta) = a(EH) = \frac{(yE-yH)}{(xE-xH)} = \frac{3}{4}$ et $y_A = \frac{3}{4} x_A + b$ donc $b = \frac{9}{4}$.	¾
4.c	(EH) ⊥ à (FA) et (Δ)//à (EH) donc (Δ)⊥ à (FA) en A donc (Δ) est tangente au cercle (C) en A.	½
	Question V	
1		½
2.a	Dans le triangle AEB rectangle en E. D'après Pythagore $BE^2 = AB^2 - AE^2$, BE = 4.	½
2.b	Les 2 triangles BDE et BAD sont semblables car : $\hat{A}$ angle commun $\widehat{AEB} = \widehat{ABF} = 90$	½
2.c	Rapport de similitude : $\frac{AE}{AB} = \frac{AB}{AF} = \frac{EB}{BF}$ ¼ $\frac{3}{5} = \frac{5}{AF} = \frac{4}{BF}$ donc BF= $\frac{20}{3}$ et AF= $\frac{25}{3}$ donc EF= $\frac{25}{3} - 3 = \frac{16}{3}$.	½
3.a	$\frac{EF}{EA} = \frac{25}{3}$ et $\frac{FB}{BL} = \frac{25}{3}$.	½
3.b	$\frac{EF}{EA} = \frac{FB}{BL}$, alors les deux droites (EB) et (AL) sont parallèles d'après la réciproque de	½

	Thalès.	
3.c	$\frac{EF}{FA} = \frac{EB}{AL}$ donc AL= $\frac{15}{4}$.	½
4.a	Le quadrilatère est un rectangle car ses diagonales se coupent en leur milieu O et l'angle AEB est rectangle. Les deux droites (AH) et (AL) sont confondues (deux parallèle à une même troisième (EB) et passant par un même point A).Donc H est sur (AL).	**1**
4.b	Dans le triangle BHL rectangle en H on HG= GB= GL (la médiane vaut la moitié de l'hypoténuse) Alors les deux triangles OBG et OHG sont isométriques. $\widehat{GHO} = \widehat{OBL} = 90$ alors BH tangent à (C).	½
4.c	cos $\widehat{GBH} = \frac{BH}{BL} = \frac{3}{\frac{15}{4}} = \frac{4}{5}$ Alors $\widehat{GBH} = cos^{-1}\left(\frac{4}{5}\right)$=36,8°≈ 37°	½

المادة: الرياضيات الشهادة: المتوسطة نموذج رقم -١- المدّة : ساعتان	الهيئة الأكاديميّة المشتركة قسم : الرياضيات	المركز التربوي للبحوث والإنماء

نموذج مسابقة (يراعي تعليق الدروس والتوصيف المعدّل للعام الدراسي ٢٠١٦-٢٠١٧ وحتى صدور المناهج المطوّرة)

ارشادات عامة: - يسمح باستعمال آلة حاسبة غير قابلة للبرمجة او اختزان المعلومات او رسم البيانات.
- يستطيع المرشح الإجابة بالترتيب الذي يناسبه دون الالتزام بترتيب المسائل الوارد في المسابقة.

I - (2 points)

Consider the three numbers A, B and C:

A= $\frac{33 \text{ x } 10^{-4} \text{x } 30 \text{ x } 10^{2}}{36 \text{ x } 10^{-2} \text{x } 22 \text{ x } 10}$; B= $\frac{7-\frac{11}{3}}{1-\frac{1}{6}}$; C= $(\sqrt{2}-1)^2+(\sqrt{2}+1)^2$

All details of calculation must be shown.

1) Write A as a fraction in its simplest form.

2) Show that B is a natural number.

3) Verify that C = B+16A.

II – (4 points)

The perimeter of a rectangle is 28cm. If the length is decreased by 10% and the width is increased by 20%, then the perimeter of this rectangle will be 28.8cm.

a) Write a system of 2 equations of 2 unknowns to model the previous text.

b) Verify that the original length is 8cm and calculate the original width.

c) Determine the nature of quadrilateral resulting from modification of dimensions of the rectangle.

III – (4 points) in the figure at the right :

- x *is a length expressed in cm such that* $0 < x < 4$.
- ABCD is a rectangle such that AB=6cm and AD= 4cm.
- BE = DF = x

Denote by Y the area of the shaded part.

1) Prove that Y = $-\frac{1}{2}(x^2-10x-24)$

2) a. Verify that Y= $-\frac{1}{2}((x-5)^2 - 49)$.

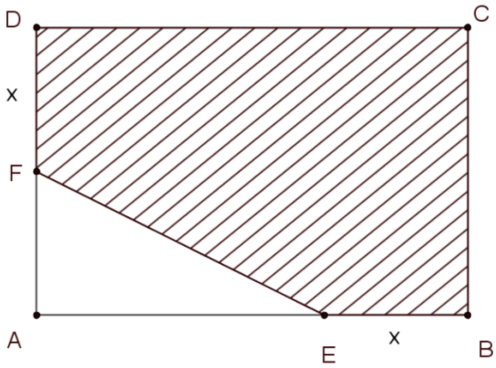
b. Determine x so that y = 20.

3) Z is the area of a square with side (x+2).

a. Express Z in terms of x.

b. Simplify $\frac{Y}{Z}$.

c. Can we calculate x if Y = Z ?



IV - (5,5 points)

In an orthonormal system of axes (x'Ox, y'Oy), consider the points A(3; 0) and B(-1; 2).

Let (d) be the line with equation y = 2x + 4.

1) a. Plot the points A and B.

b. The line (d) intersects x'Ox at E and y'Oy at F. Calculate the coordinates of points E and F, then draw (d).

c. Verify that B is the midpoint of [EF].

2) a. Determine the equation of line (AB).

b. Verify that (AB) is perpendicular bisector of [EF].

3) Consider the point H(0 ; $\frac{3}{2}$).

a. Verify, that H is on the line (AB).

b. Show that H is the orthocenter of the triangle AEF.

4) Let (C) be the circle with diameter [AF] and (Δ) the line passing through A and parallel to (EH).

a. Verify that O and B are on the circle (C).

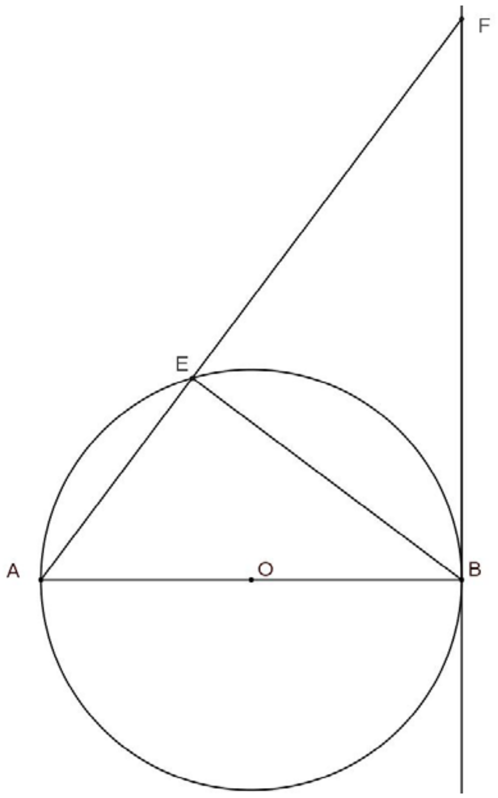
b. Write an equation of the line (Δ).

c. Show that (Δ) is the tangent to (C).

V- (5,5 points)

In the adjacent figure at rhe right:

- AB =5 cm.
- (C) is the circle with diameter [AB] and center O.
- E a point on (C) such that AE = 3cm.
- The tangent to (C) at B intersect (AE) at F.



1) Copy the figure.

2) **a.** Calculate BE

b. Prove that the two triangles AEB and ABF are similar.

c. Deduce BF and EF.

3) L is a point on (FB) such that BL= $\frac{15}{4}$.

a. Compare $\frac{FE}{EA}$ and $\frac{FB}{BL}$.

b. Deduce that (BE) is parallel to (AL).

c. Show that AL = $\frac{25}{4}$

4) The line (EO) intersects the circle (C) at H. Let G the midpoint of[BL].

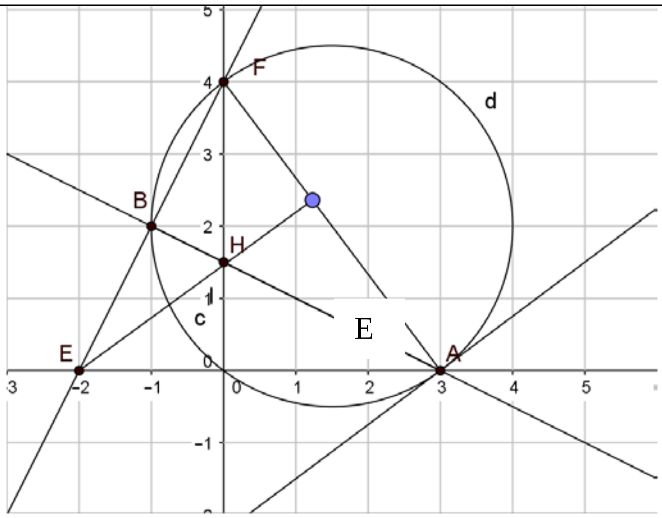
a. Prove that EAHB is a rectangle. Deduce that H is on (AL).

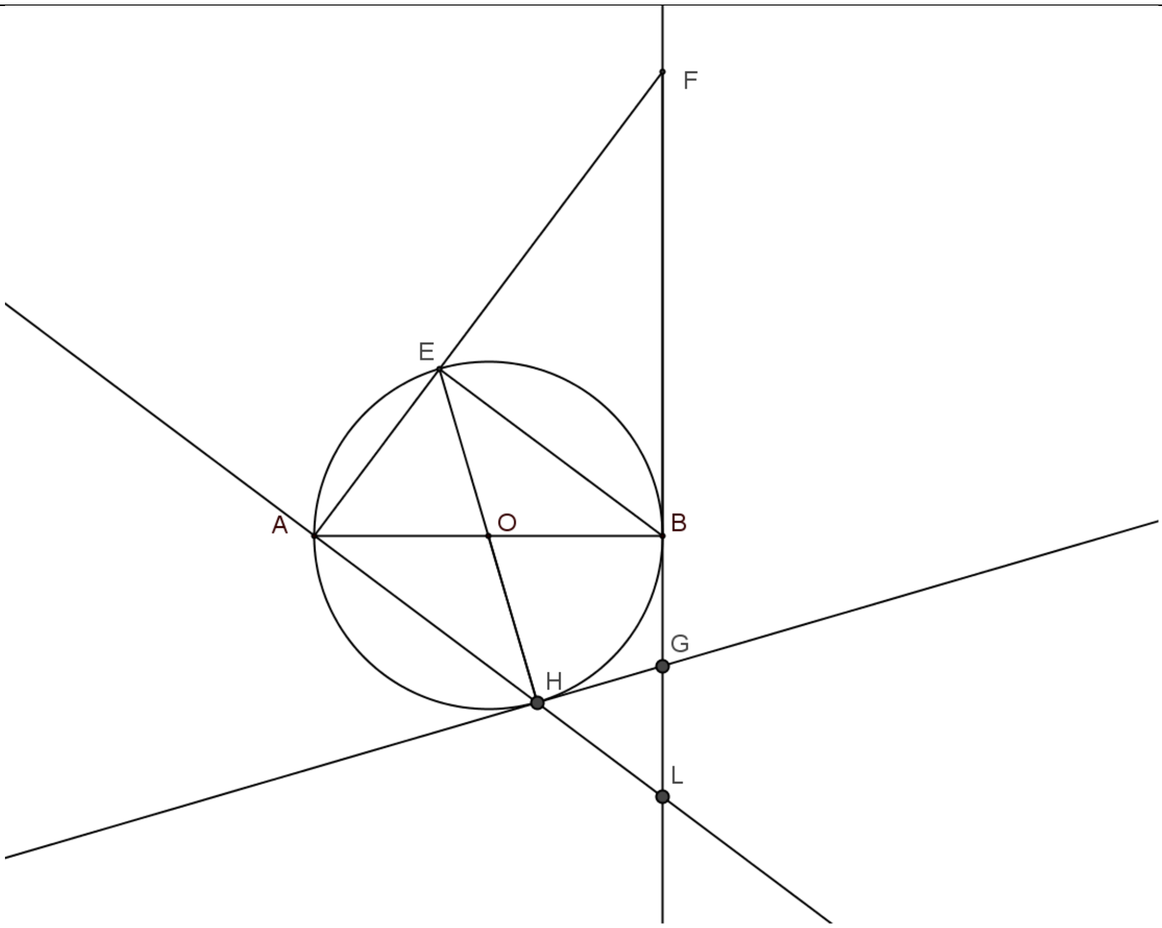
b. Prove that (GH) is tangent to (C).

c. Calculate, rounded to the nearest degree, the measure of$\widehat{GHB}$.

أسس التصحيح (تراعي تعليق الدروس والتوصيف المعدّل للعام الدراسي ٢٠١٦-٢٠١٧ وحتى صدور المناهج المطوّرة)

	Question I	
	Answers	**note**
1	$A = \frac{33 \text{ x } 10^{-4}\text{x } 30 \text{ x } 10^{2}}{36 \text{ x } 10^{-2}\text{x } 22 \text{ x } 10} = \frac{9\text{x } 10^{-1}}{72\text{x } 10^{-1}} = \frac{1}{8}$ ¼ + ¼ $B = \frac{\frac{10}{3}}{\frac{5}{6}} = 4$, ¼ + ¼ C =$(\sqrt{2}-1)^2 + (\sqrt{2}+1)^2$ =$2 - 2\sqrt{2} + 1 + 2 + 2\sqrt{2} + 1 = 6$ ¼ + ¼ +¼	**1¾**
2	$16A + B = 2 + 4 = 6$ C = 6 , so C = B +16A.	¼
	Question II	
a	2x +2y=28cm (1-0,1)x+(1+0.2)y=28.8cm	**1¼**
b	x=8, y= 6	**1**
c	1,2y=7.2 et 0,9x =7.2 Therefore the quadrilateral is a square.	¾
	Question III	
1	Area of hatched area Y = $24 - \frac{(4-x)(6-x)}{2} = \frac{-x^2+10x+24}{2} = -\frac{1}{2}(x^2 - 10x - 24)$.	**1**
2.b	20= $-\frac{1}{2}((x-5)^2 - 49)$ alors$(x-5)^2 - 49 = -40$, $(x-5)^2 = 9$ x-5=3 or x-5=-3 so x=8(unacceptable) ou x=2. ¼ + ¼ +¼ + ¼ +¼	1¼
3.a	Z = $(x+2)^2$	¼
3.b	$\frac{Y}{Z} = \frac{-\frac{1}{2}(x-12)(x+2)}{(x+2)^2} = \frac{-\frac{1}{2}(x-12)}{(x+2)} = \frac{-(x-12)}{2(x+2)}$ (with $x \neq -2$)	½
3.c	Y= Z so $\frac{-(x-12)}{2(x+2)}$ =1 then $-(x-12) = 2(x+2)$ so x= $\frac{8}{3}$ acceptable.	**1**

	Question IV	
1.a		½
1.b	E(0;-2) and F(0 ; 4)	½
1.c	$x_B = \frac{(xE+xF)}{2}$ $\quad y_B=\frac{(yE+yF)}{2}$	½
2.a	The equation of (AB) : y = a x+b $a(AB)=\frac{(yB-yA)}{(xB-xA)} = \frac{-1}{2}$ and $y_B = \frac{-1}{2} x_B + b$ so $b = \frac{3}{2}$.	¾
2.b	slope (AB) × slope (d) = -1 and (AB) through B middle of [EF] so (AB) is the mediator of [EF].	½
3.a	$y_H = \frac{-1}{2} x_H + \frac{3}{2}$. so H is a point of (AB)	¼
3.b	(FH) ⊥ at (EA) and (AB) ⊥ at (EF) , (AB) and (FH) meet in H then H is the orthocenter of the triangle AEF.	¾
4.a	$\widehat{ABF} = 90°$ (ABF triangle inscribed in a semicircle of diameter [AF]) $\widehat{AOF} = 90°$ (AOF triangle inscribed in a semicircle of diameter [AF]) Therefore B and O are two points of the circle.	½
4.b	The equation of (Δ) : y = a x+b $a(\Delta) = a(EH) = \frac{(yE-yH)}{(xE-xH)} = \frac{3}{4}$ and $y_A = \frac{3}{4} x_A + b$ so $b = \frac{9}{4}$.	¾
4.c	(EH) ⊥ at (FA) and (Δ)//at (EH) then (Δ)⊥ at (FA) in A so (Δ) is tangential to the circle (C) in A.	½

	Question V	
1		½
2.a	In the triangle AEB rectangle in E. According to Pythagoras $BE^2 = AB^2 - AE^2$, BE = 4.	½
2.b	The two triangles BDE and BAD are similar because: $\hat{A}$ common angle $\widehat{AEB} = \widehat{ABF} = 90$	½
2.c	Similarity ratio: $\frac{AE}{AB} = \frac{AB}{AF} = \frac{EB}{BF}$ ¼ $\frac{3}{5} = \frac{5}{AF} = \frac{4}{BF}$ so BF= $\frac{20}{3}$ and AF= $\frac{25}{3}$ so EF= $\frac{25}{3}$ −3= $\frac{16}{3}$.	½
3.a	$\frac{EF}{EA} = \frac{25}{3}$ and $\frac{FB}{BL} = \frac{25}{3}$ so $\frac{EF}{EA} = \frac{FB}{BL}$	½
3.b	$\frac{EF}{EA} = \frac{FB}{BL}$, then the two straight lines (EB) and (AL) are parallel according to the reciprocal of Thales.	½
3.c	$\frac{EF}{FA} = \frac{EB}{AL}$ so AL= $\frac{15}{4}$.	½

4.a	The two triangles HBL and BAH are similar because $\widehat{BAH} = \widehat{HBL} = \frac{\widehat{AB}}{2}$ $\frac{AH}{HB} = \frac{4}{3}$ and $\frac{AB}{BL} = \frac{4}{3}$ so $\frac{AH}{HB} = \frac{AB}{BL}$ And consequently $\widehat{BHL} = \widehat{ABL}$ = 90 then $\widehat{BHL}$+$\widehat{BHA}$ =180 so H is on (AL).	**1**
5.b	In the triangle BHL rectangle in H on HG = GB = GL (the median is half the hypotenuse) Then the two triangles OBG and OHG are isometric. $\widehat{GHO} = \widehat{OBL} = 90$ then BH tangent to (C).	**½**
5.c	$\cos\widehat{GBH} = \frac{BH}{BL} = \frac{3}{\frac{15}{4}} = \frac{4}{5}$ Alors $\widehat{GBH} = cos^{-1}\left(\frac{4}{5}\right)$=36,8°≈ 37°	**½**