المركز التربوي للبحوث والإنماء	الهيئة الأكاديميّة المشتركة قسم : الرياضيات	المادة: الرياضيات الشهادة: الثانوية العامة - فرع العلوم العامة نموذج رقم -١- المدّة : أربع ساعات

نموذج مسابقة (يراعي تعليق الدروس والتوصيف المعدّل للعام الدراسي ٢٠١٦-٢٠١٧ وحتى صدور المناهج المطوّرة)

ارشادات عامة : - يسمح باستعمال آلة حاسبة غير قابلة للبرمجة او اختزان المعلومات او رسم البيانات.
- يستطيع المرشح الإجابة بالترتيب الذي يناسبه دون الالتزام بترتيب المسائل الوارد في المسابقة.

I- (2points)

Répondre par « vrai » ou « faux » en justifiant.

1) Le complexe $(-1+i)^{10}$ est un réel.

2) La fonction f' définie par $f'(x)=\int_0^{x^2}\sqrt{t^2+4}\,dt$ est la fonction dérivée d'une fonction f. On dit que f n'admet pas un point d'inflexion pour $x \in \mathbb{R}$.

3) Si $f(x)=x^2e^x$, alors la dérivée nième est $f^{(n)}(x)=\left(x^2+2nx+(n-1)\right)e^x$ pour tout $n \in \mathbb{N}^*$.

4) $1+i+...+i^{19}=0$ (i est le nombre imaginaire).

II- (2points)

Dans le plan rapporté à un repère orthonormé (O ; i , j , k)

(P) est un plan qui a pour équation 3x+y-5=0, (D) et (D') sont définies par

$$(D):\begin{cases}x=t\\ y=-3t+5\\ z=t-4\end{cases}\qquad (D'):\begin{cases}x=m+1\\ y=-2m-1\\ z=-m+3\end{cases}$$

1)

a) Vérifier que (P) est perpendiculaire au plan (xoy).

b) Montrer que la droite (D) est inclue dans le plan (P).

2) Montrer que (D) et (D') se coupent en un point A dont on déterminera les coordonnées.

Dans ce qui suit, on donne le point B (0, 1,4).

3) On considère dans le plan (Q) formé par (D) et (D'), un cercle (C) de centre A et de rayon AB.

a) Ecrire une équation du plan (Q).

b) Ecrire un système d'équations paramétriques de la droite (Δ) tangente en B au cercle(C).

4) calculer les coordonnées des points E et F points d'intersections du cercle (C) avec la droite (D).

III- (3points)

Dans une kermesse organisée par les classes terminales d'une école, on dispose de deux boites U et V.

- La boite U contient 10 cartes dont 3 portent la lettre A,5 la lettre B et 2 la lettre C.
- la boite V contient 6 boules dont 2 rouges et 4 noires .

La règle d'un jeu est la suivante :

On tire au hasard une carte de la boite U.

- Si le joueur tire une carte A, il tire deux boules de la boite V successivement et avec remise
- Si le joueur tire une carte B, il tire deux boules de la boite V successivement et sans remise
- Le jeu s'arrête si le joueur tire une carte de type C ou il tire une boule noire.

On considère les événement suivants :

A : « tirer une carte portant A»

B : « tirer une carte portant B »

C : « tirer une carte portant C »

G : « le joueur gagne »

Le joueur gagne seulement s'il tire 2 boules rouges successivement ou s'il tire une carte C.

1) Calculer P(G/A) et montrer que $P(G \cap A)=\frac{1}{30}$.

2) Calculer $P(G \cap B)$, puis P(G).

3) Pour participer à ce jeu, le joueur doit payer 2000 LL. Il gagne 5000 LL s'il tire une carte portant C et 3000 LL en tirant 2 boules rouges.

Soit X la variable aléatoire égale au gain du joueur.

a) Montrer que les trois valeurs de X sont –2000, 1000 et 3000.

b) Calculer la loi de probabilité de X.

c) Estimer le gain de l'organisateur, si 100 élèves participent à ce jeu.

I V-. (3 pts)

Dans le plan orienté, on donne, un rectangle $ABCD$ de centre O tel que $AB = 4cm$, et $(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}) = \frac{\pi}{6}$ (2π).

Soit E le symétrique de A par rapport à D. S est la similitude plane directe telle que $S(E) = O$ et $S(A) = B$.

1) Vérifier que le rapport de la similitude est $k = \frac{1}{2}$ et déterminer la mesure de l'angle α de S.

2) Déterminer l'image de D par S . Montrer que C est le centre de S .

3) I est un point de $[EO]$, distinct de E et O ; et (Γ) est le cercle de centre I et qui passe par A.

(Γ) coupe (AD) et (AB) respectivement en M et P .

a) Dessiner (Γ) et placer les points M et P .

b) Justifier que $C \in (\Gamma)$.

4) Soit N le projeté orthogonal de C sur (MP)

a) Montrer que $(\overrightarrow{MP}, \overrightarrow{MC}) = \frac{\pi}{6}(2\pi)$.

b) En déduire que $S(M) = N$.

5) Prouver que B , N et D sont alignés.

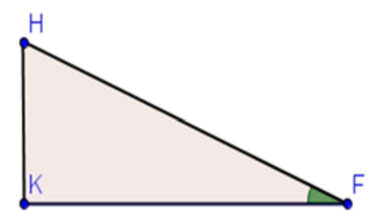
6) Le plan est rapporté à un repère orthonormé direct $(A, \vec{u}, \vec{v})$, avec $\vec{u} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AB}$.

a) Déterminer les affixes des points B et C.

b) Donner la forme complexe de S.

V-(3points)

Dans la figure ci contre FKH est un triangle rectangle en K tel que FK=3cm et KH=$\sqrt{3}$ cm



Soit A un point sur FK tel que AK=1cm et soit A' symétrique de F par rapport à K.

(H) est une hyperbole du foyer F,de directrice (KH) et d'excentricité 2 .

1)

a) Déterminer l'axe focale de (H)

b) Prouver que A et A' sont des sommets de (H).

2)

Déterminer le centre O du (H) et le second foyer F'

Montrer que (OH) est une asymptote de (H) puis trouver le second asymptote .

Tracer (H)

3) Soit G un point tel que $\overrightarrow{FG} = 2\sqrt{3}\overrightarrow{KH}$, prouver que G est un point de (H)

4) Le plan est rapporté à un repère orthonormé direct $(0, \vec{u}, \vec{v})$, avec $\vec{u} = \overrightarrow{OK}$.

a) Vérifier que l'équation de (H) est : $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{12} = 1$

b) Prouver que (GK) est tangente à (H).

VI-. (7pts)

Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

(Partie A)

On considère l'équation différentielle (E) définie par : $y' + y = 1 - 2e^{-x+1}$.

1) Déterminer les réels a et b tels que $Y = a + bxe^{-x}$ soit une solution particulière de (E).

2) Résoudre (E). En déduire la solution particulièrede (E) telle que $y(1) = 0$.

(Partie B)

Soit g une fonction définie sur $[0;+\infty[$ par $g(x) = 1 + (1-2x)e^{-x+1}$. (C) est sa courbe représentative.

1) Déterminer $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$. En donner une interprétation géométrique.

2) Calculer $g'(x)$ la dérivée de $g(x)$. Dresser le tableau de variations de g

3) Prouverquel'équation $g(x) = 0$ admet deux racines 1 et α tel que $\alpha \in [2.25, 2.26]$. Vérifier que $e^{\alpha-1} = 2\alpha - 1$.

4) Résoudre $g(x) \le 0$. En déduire les solutions de l'inéquation: $g(x^2) \le 0$.

5) Tracer (C).

6) Calculer l'aire de la région délimitée par (C), la droite (Δ) d′équation $y = 1$ et les droites d'équation $x = 1$ et $x = 2$.

(Partie C)

Soit la fonction f définiesur $\mathbb{R}$ par: $f(x) = 1 + x + xe^{-x^2+1}$. (Γ) est sa courbe représentativeet (d) est la droite d'équation $y = x + 1$.

1) Calculer $f(-x) + f(x)$. Que peut-on conclure ?

2) Déterminer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$. Montrer que (d) est une asymptote oblique au voisinage de $+\infty$. Étudier la position relative de (Γ) et (d).

3) Prouver que $f'(x) = g(x^2)$ pour tout $x \in \mathbb{R}$. Vérifier que $f(\sqrt{\alpha}) = 1 + \dfrac{2\alpha\sqrt{\alpha}}{2\alpha-1}$.

4) Dresser le tableau de variations de f .

5) Tracer (Γ).

6) Soit $(U_n)_{n\ge0}$ la suite définiepar : $U_n = \displaystyle\int_0^1 [f(nx) - nx]dx$.

   a) Calculer U_0 .

   b) Écrire U_n en fonction de n. Déterminer $\lim\limits_{n\to+\infty} U_n$.

المادة: الرياضيات
الشهادة: الثانوية العامة - فرع العلوم العامة
نموذج رقم -١-
المدّة : أربع ساعات

الهيئة الأكاديميّة المشتركة
قسم : الرياضيات

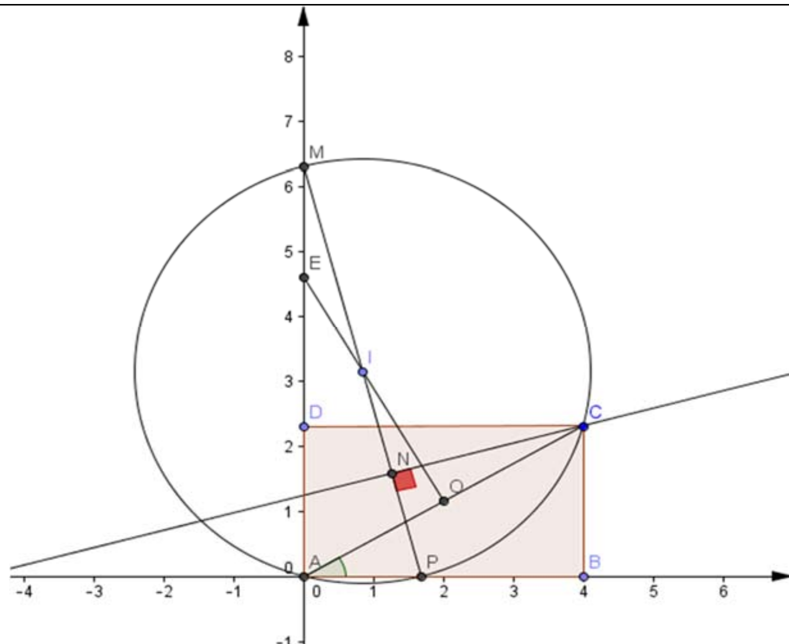
المركز التربوي للبحوث والإنماء

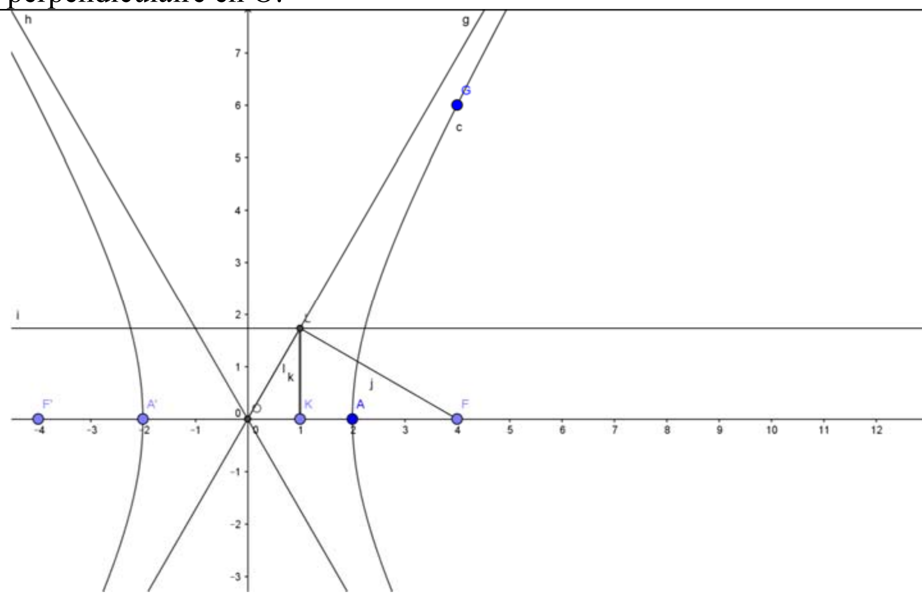
أسس التصحيح (تراعي تعليق الدروس والتوصيف المعدّل للعام الدراسي ٢٠١٦-٢٠١٧ وحتى صدور المناهج المطوّرة)

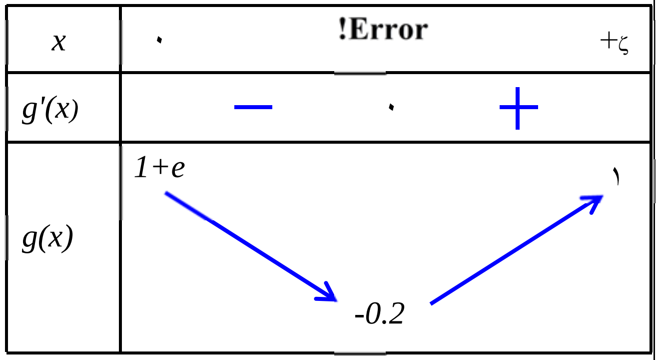
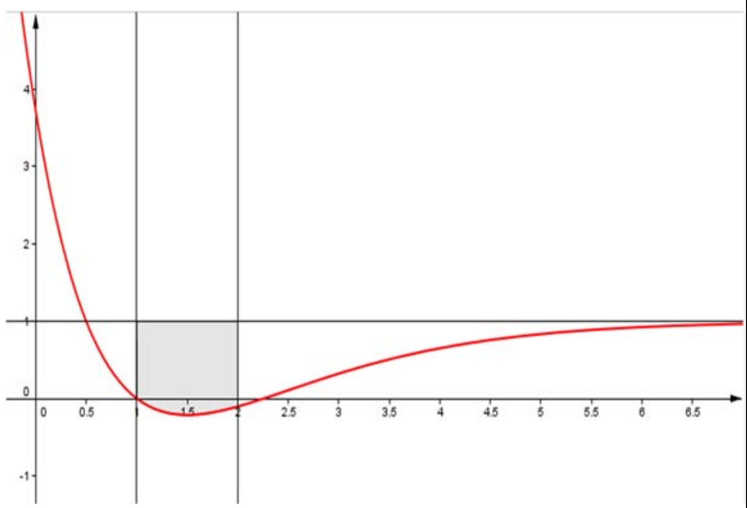
QI		Notes
1	Faux : sur l'axe des ordonnées	1
2	Faux : elle admet au point x=0 un point d'inflexion	1
3	Faux : pour n=2	1
4	Vrai : c'est une somme d'une suite géométrique du premier terme 1 et de raison q=i	1

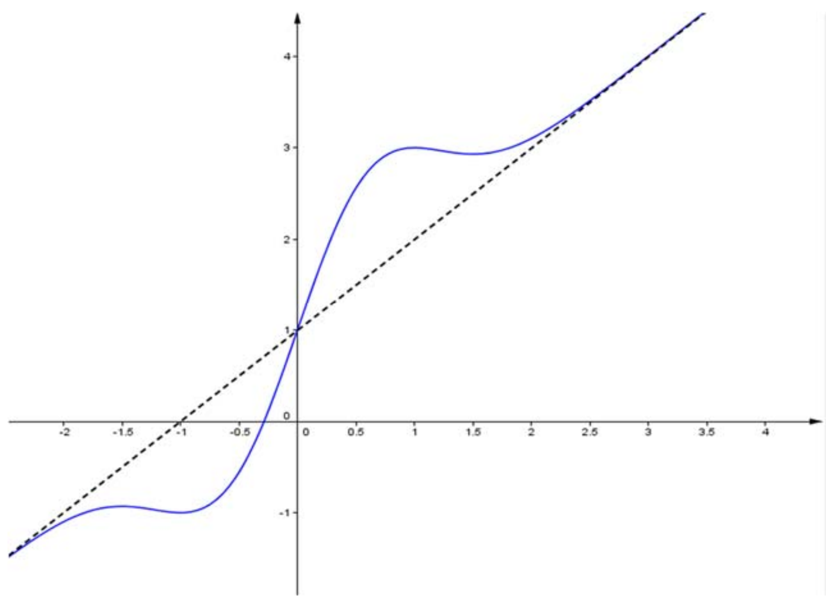
QII		Notes
1.a	$(3,1,0).(0,0,1)=0$ alors (P) perpendiculaire au plan (xoy)	0,5
1.b	3t-3t+5-5=0 $\Rightarrow (D)\subset(P)$	0,5
2	A(4,7,0) pour m=3 et t=4	0,5
3.a	(Q) :5x+2y+z-6=0	0,5
3.b	$\vec{u}=\overrightarrow{AB}\wedge\vec{n}$ avec $\vec{u}$ vecteur directeur de la tangente et $\vec{n}$ vecteur normal du (Q) $(\Delta):\begin{cases}x=0\\y=6\lambda+1\\z=-12\lambda+4\end{cases}$	1
4	$t=4+\frac{4\sqrt{66}}{11}$ et $t=4-\frac{4\sqrt{66}}{11}$	1

<table>
<tr><td>QIII</td><td></td><td>Notes</td></tr>
<tr><td>1</td><td>$P(G/A)=\frac{2}{6}\times\frac{2}{6}=\frac{1}{9}$. $P(G\cap A)=P(G/A)\times P(A)=\frac{1}{9}\times\frac{3}{10}=\frac{1}{30}$</td><td>1</td></tr>
<tr><td>2</td><td>$P(G\cap B)=P(G/B)\times P(B)=\frac{2}{6}\times\frac{1}{5}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{30}$
P(G)=$P(G\cap A)+P(G\cap B)+P(C)=\frac{4}{15}$</td><td>1
1</td></tr>
<tr><td>3.a</td><td>$-2000(\overline{G})$, $1000(G\cap A \text{ ou } G\cap B)$,3000(C).</td><td>1</td></tr>
<tr><td>3.b</td><td><table><tr><td>x_i</td><td>-2000</td><td>1000</td><td>3000</td></tr><tr><td>P(X=x_i)</td><td>$\frac{11}{15}$</td><td>$\frac{1}{15}$</td><td>$\frac{1}{5}$</td></tr></table></td><td>1</td></tr>
<tr><td>3.c</td><td>E(x) = -800
Alors le gain de l'organisateur est 800 × 100 = 80 000 LL.</td><td>1</td></tr>
</table>

Q4		
1.	$k=\dfrac{OB}{EA}$, en utilisant le triangle équilatéralOBC: $k=\dfrac{BC}{2BC}$	
	$k=\dfrac{1}{2}$ **et** $\alpha=(\overrightarrow{AE},\overrightarrow{BO})=(BC,BO)=\dfrac{\pi}{3}\quad(2\pi)$	**1**
2	L'image de D par S , D'est le milieu de $[BO]$. EAC est un triangle équilatéral. L'image du triangle EAC par S est le triangle équilatéral OBC de même sens, alors $S(C)=C$. De ce fait, C est le centre de S .	0,5
3.a		0.5
3.b	(OE) est la médiatrice de $[AC]$. $I\in(OE)$, *donc* $IC=IA$, $C\in(\Gamma)$.	0.5
.4.a	$(\overrightarrow{MP},\overrightarrow{MC})=(\overrightarrow{AP},\overrightarrow{AC})=\dfrac{\pi}{6}\quad(2\pi)$.	0.5
.4.b	Le triangle MNC est équilatéral , donc $(\overrightarrow{CM},\overrightarrow{CN})=\dfrac{\pi}{3}\quad(2\pi)$. et $CN=\dfrac{1}{2}CM$. alors , $S(M)=N$.	1
5	$D\in(OB)$. $M\in(EA)$, *donc* $N\in(OB)$. B, N et D sont alignés.	1
6.a	$Z_B=4$ *et* $Z_C=4+4\dfrac{\sqrt{3}}{3}i$	0.5
.6.b	$z'=\dfrac{1}{2}e^{i\frac{\pi}{3}}z+(1-\dfrac{1}{2}e^{i\frac{\pi}{3}})(4+4\dfrac{\sqrt{3}}{3}i)$	0.5

	$z' = \frac{1}{2} e^{i\frac{\pi}{3}} z + 4$	
Q5		
1.a	l’axe focale est (FK)	0.5
1.b	$\frac{AF}{AK} = 2 \quad \frac{A'F}{A'K} = 2$ avec A et A ‘appartiennent à (FK), l’axe focal.	1
2.a	o milieu de [AA’] F’ symétrique de F par rapport à O	0.5
2.b	la tangente de l’angle formé par (OH) et l’axe focale est égale à $\sqrt{3} = \frac{b}{a}$ avec a=OA=2 C=OF=4 et $c^2 = a^2 + b^2$ la deuxième asymptote est symétrique à (OH) par rapport à la droite perpendiculaire en O.	1 0.5
2.c		0.5
3.	$\frac{GF}{d\left(G/(HK)\right)} = 2$ alors G appartient à (H)	0.5
4.a	a=2 et b= $2\sqrt{3}$,centre O et l’axe focale est x’ox	0.5
4.b	G(4 ;6) et K(1,0) et (GK) : y=2x-2 qui est l’équation de la tangente en G à (H)	1
Q.6		
partie A		
1	$Y = a + bxe^{-x}$, $Y : vérifie\ (E)$, donc $a = 1$ et $b = -2e$	0.5
.2	La solution générale est: $y = ce^{-x} + Y = ce^{-x} + 1 - 2xe^{-x+1}$ $y(1) = 0$, $d'où\ c = e.$ solution particulière: $y = 1 + (1-2x)e^{-x+1}$	1

partieB		
1	$\lim\limits_{x\to +\infty} g(x)=1,$ donc $y=1$ est l'équation de l'asymptote horizontale.	0.5
2	$g'(x)=(2x-3)e^{-x+1}$ 	1.5
3	$g(1)=0,$ donc 1 est une racine. $g(2.25)=-2.77\bullet 10^{-3}$ $g(2.26)=1.54\bullet 10^{-3}$ g est continue et strictement décroissante sur $\left[2,25;2,26\right]$, $alors:\alpha\ est\ u$ $g(\alpha)=0$ si et seulement si $e^{\alpha-1}=2\alpha-1$	1
4	$g(x)\le 0$ si et seulement si $x\in\left[1,\alpha\right]$ $g(x^2)\le 0$ si et seulement si $x^2\in\left[1,\alpha\right]$ si et seulement si $x\in\left[1,\sqrt{\alpha}\right]$	1
5		1.5
6	$A=\int_1^2\left[y_{(\Delta)}-g(x)\right]dx=\int_1^2\left[-(1-2x)e^{-x+1}\right]dx$ par une intégration par partie : $\int_1^2 -(1-2x)\,e^{-x+1}\,dx=3-\frac{5}{e}\approx 1.1606$ $A=1,16u^2$	1
partie C		

<table>
<tr><td>1</td><td>$f(-x)+f(x)=2$, et □ est centré en 0
$I(0,1)$ est le centre de symétrie de la courbe</td><td>0.5</td></tr>
<tr><td>2</td><td>$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$ et $\lim\limits_{x\to+\infty}\left[f(x)-y_{(d)}\right]=0$
$$f(x)-y_{(d)}=xe^{-x^2+1}\begin{cases}>0 & si\ x>0 \quad (\Gamma) \text{ au-dessus (d)}\\ =0 & si\ x=0 \quad (\Gamma) \text{ coupe (d)}\\ <0 & si\ x<0 \quad (\Gamma) \text{ au-dessous (d)}\end{cases}$$</td><td>1</td></tr>
<tr><td>3</td><td>$f'(x)=g(x^2)$
$f(\sqrt{\alpha})=1+\dfrac{2\alpha\sqrt{\alpha}}{2\alpha-1}.$</td><td>0.5</td></tr>
<tr><td>4</td><td><table>
<tr><td>x</td><td>٠</td><td></td><td>١</td><td></td><td>$\sqrt{\alpha}$</td><td></td><td>$+\zeta$</td></tr>
<tr><td>$f'(x)$</td><td></td><td>+</td><td>٠</td><td>−</td><td>٠</td><td>+</td><td></td></tr>
<tr><td>$f(x)$</td><td>١</td><td>↗</td><td>٣</td><td>↘</td><td>$f(\sqrt{\alpha})$</td><td>↗</td><td>$+\zeta$</td></tr>
</table></td><td>1</td></tr>
<tr><td>.5</td><td></td><td>1.5</td></tr>
<tr><td>6.a</td><td>$U_0=\int_0^1 1dx=1$</td><td>0.5</td></tr>
<tr><td>6.b</td><td>$U_n=\int_0^1(1+nxe^{-(nx)^2+1})dx=1+\int_0^1(nxe^{-(nx)^2+1})dx$
$Posons\ v=-(nx)^2+1,\ donc\ dv=-2n^2xdx,\ nxdx=-\dfrac{dv}{2n}$</td><td>1</td></tr>
</table>

	$U_n = 1 + \int_{1}^{-n^2+1} -e^v \frac{dv}{2n} = 1 - \frac{1}{2n}\left(e^{-n^2+1} - e\right)$ $\lim_{n \to +\infty} U_n = 1$	

المادة: الرياضيات الشهادة: الثانوية العامة - فرع العلوم الحياة نموذج رقم -١- المدّة : ساعتان	الهيئة الأكاديميّة المشتركة قسم : الرياضيات	المركز التربوي للبحوث والإنماء

نموذج مسابقة (يراعي تعليق الدروس والتوصيف المعدّل للعام الدراسي ٢٠١٦-٢٠١٧ وحتى صدور المناهج المطوّرة)

ارشادات عامة : - يسمح باستعمال آلة حاسبة غير قابلة للبرمجة او اختزان المعلومات او رسم البيانات.

- يستطيع المرشح الإجابة بالترتيب الذي يناسبه دون الالتزام بترتيب المسائل الوارد في المسابقة.

I- (4 points)

Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé $(O\,;\,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$, on donne le point E(2 ; 2 ; 0)et F(0 ;0 ;-2), le plan (P) d'équation x+y+z – 1=0 et la droite (d) d'équations paramétriques $\begin{cases} x = -t - 1 \\ y = t + 5 \\ z = 3t + 9 \end{cases}$ $(t \in \mathbb{R})$.

On désigne par H le projeté orthogonale de E sur (P).

1)
- **a-** Vérifier que E est un point de (d).
- **b-** Déterminer les coordonnées du point A intersection de (d) et (P).

2)
- **a-** Vérifier que F est le symétrique de E par rapport à (P)
- **b-** Ecrire un système d'équations paramétriques de la droite (Δ) bissectrice de l'angle $E\hat{A}F$

3) Soit (Q) un plan passant par F et parallèle à (P) et K le point d'intersection de (d) avec le plan (Q)
- **a)** Ecrire une équation du plan (Q)
- **b)** Vérifier que A milieu de [EK].

II- (4points)

U_1 et U_2 sont deux urnes telles que :

U_1 contient 10 boules : 6 rouges et 4 noires

U_2 contient 10 boules : 5 rouges et 5 noires.

On lance un dé numéroté de 1 à 6

Si on obtient 1 ou 2 ,on tire simultanément au hasard deux boules de l'urne U_1 .

Sinon ,on tire au hasard deux boules de l'urne U_2 ,l'une après l'autre avec remise.

Considérons les événements suivant :

U_1 :''l'urne choisie est U_1 .''

U_2 :''l'urne choisie est U_2 .''

R :''les balles tirées sont rouges''.

1) calculer $P(R\ /U_1)$, $P(R \cap U_1)$

2) vérifier que $P(R)=\frac{5}{18}$
3) Les deux boules tirées sont rouges .Calculer la probabilité qu'elles proviennent de U_1
4) Soit X la variable aléatoire qui désigne le nombre de boules rouges tirées.
   a) Vérifier que $P(X=1)=\frac{23}{45}$
   b) Déterminer la loi de probabilité de x

III- (4points)

Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormal direct $(O;\vec{u},\vec{v})$.
On désigne par A, B et C les points d'affixes respectives $z_A=2-3i$, $z_B=i$ et $z_C=6-i$.

5) Calculer $\frac{z_B-z_A}{z_C-z_A}$.En déduire la nature du triangle ABC.

A tout point M d'affixe z distincte de i, associe le point M′ d'affixe z′ telle que : $z'=\frac{i(z-2+3i)}{z-i}$.

6) Si z= 1– i, déterminer la forme exponentielle de z′.
7)
   a) Si z′= 2i, trouver la forme algébrique de z(on note E le point d'affixe z obtenue).
   b) Vérifier que E est un point de la droite (AB).
8) Démontrer que si le point M varie sur la médiatrice du segment [AB] alors le point M′ varie sur un cercle de centre O dont on précisera le rayon.

IV- (8points)

On considère la fonction f définie sur ℝ par : $f(x)=\ln(e^{2x}-e^{x}+1)-1$. On appelle (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé$(O;\ \vec{i},\vec{j})$.

1) Déterminer la limite de f en $-\infty$ et déduire une asymptote.
2)
   a) Démontrer que la droite (D) d'équation y=2x – 1 est une asymptote à (C).
   b) Etudier la position relative de (C) et (D)
3) Calculer $f'(x)$ et dresser le tableau de variations de f
4) Déterminer les coordonnées du point A où la tangente à (C) est parallèle à (D).
5) Tracer (D) et (C)
6)
   a) Montrer que f pour $x\in[0,+\infty[$ admet une fonction réciproque g dont on déterminera son domaine de définition.
   b) Tracer (G) la courbe représentative de g et son asymptote oblique .
7) En supposant que l'aire du domaine limité par (C) , (x'Ox) et (y'Oy) est A.
Calculer en fonction de A, l'aire du domaine limité par (G);son asymptote oblique et l'axe y'y

المركز التربوي للبحوث والإنماء	الهيئة الأكاديميّة المشتركة قسم : الرياضيات	المادة: الرياضيات الشهادة: الثانوية العامة ـ فرع العلوم الحياة نموذج رقم -١- المدّة : ساعتان

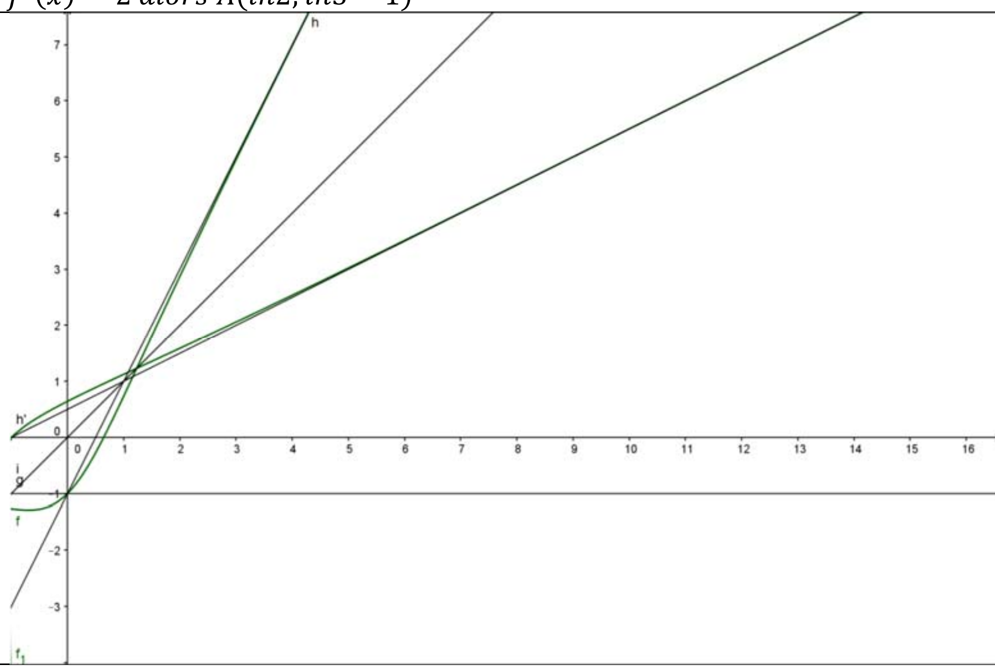
أسس التصحيح (تراعي تعليق الدروس والتوصيف المعدّل للعام الدراسي ٢٠١٦-٢٠١٧ وحتى صدور المناهج المطوّرة)

QI		Notes
1.a	E est un point de (d) pour t=–3	0,5
1.b	A(3 ; 1 ; –3)	0,5
2.a	$\overrightarrow{EF}(-2,-2,-2) \Rightarrow (EF) \perp (p)$ soit H(1,1,-1) milieu de [EF] et vérifier que H appartient à (P)	1
2.b	$(AH): \begin{cases} x = -2m+3 \\ y = 1 \\ z = 2m-3 \end{cases}$ qui est mediatrice de [EF]	0.5
3.a	(Q): x+y+z+2=0	0.5
3.b	K(4,0,-6) $= (d) \cap (Q)$ et A milieu de [EK]	1

QII		Notes
1	$P\left({R}/{U_1}\right) = \frac{C_6^2}{C_{10}^2} = \frac{1}{3}$ $P(R \cap U_1) = P\left({R}/{U_1}\right) \times P(U_1) = \frac{1}{9}$	0,5
2	$P(R) = P(R \cap U_1) + P(R \cap U_2) = \frac{1}{9} + \frac{5}{10} \times \frac{5}{10} \times \frac{2}{3} = \frac{5}{18}$	1
3	$p\left({U_1}/{R}\right) = \frac{P(R \cap U_1)}{P(R)} = \frac{2}{5}$	0,5
4	$P(X=1) = \left(\frac{6 \times 4}{C_{10}^2}\right) \times \frac{1}{3} + 2\left(\frac{5}{10} \times \frac{5}{10} \times \frac{2}{3}\right) = \frac{23}{45}$	1
5	<table><tr><td>$X = x_i$</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td></tr><tr><td>$p(X = x_i)$</td><td>$\frac{19}{90}$</td><td>$\frac{23}{45}$</td><td>$\frac{5}{18}$</td></tr></table>p(X=0)=1-P(X=1)-P(X=2)	1

QIII		Notes
1	ABC est un triangle rectangle isocèle	1
2	$z' = e^{\frac{-\pi}{2}i}$	0,5
3.a	$z_E = -2 + 5i$	0,5
3.b	$\frac{z_A - z_E}{z_B - z_E} = 2$ alors A,E et B sont alignés	0,5

4.a	$\lvert z' \rvert = \dfrac{\lvert i \rvert \lvert z - z_A \rvert}{\lvert z - z_B \rvert}$, alors $OM' = \dfrac{AM}{BM}$	**0,5**
4.b	OM′=1, alors M′ appartient au cercle de centre O et de rayon 1	**1**

QIV		**Notes**
1	$\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = -1$ alors y=–1 est une asymptote horizontale	**0.5**
2.a	$\lim\limits_{x \to +\infty} (f(x) - 2x + 1) = 0$ alors y=2x – 1A.O.	**1**
2.b	si x<0 (C) au dessus de (D) si x>0 (C) au dessous de (D) si x=0 (C) coupe (D)	**1**
3	$f'(x) = \dfrac{e^x(2e^x - 1)}{e^{2x} - e^x + 1}$	**0,5**
3	<table><tr><td>x</td><td>$-\infty$ –ln2 $+\infty$</td></tr><tr><td>f′(x)</td><td>– 0 +</td></tr><tr><td>f(x)</td><td>$\searrow$ $\nearrow$</td></tr></table>	0,5
4	$f'(x) = 2\ alors\ A(ln2; ln3 - 1)$	**1**
5		**1**
6.a	f definie ,continue et strictement croisante alors f admet une fonction reciproque g et $D_g = [-1; +\infty[$	**0,5**
6.b	sur la figure	**1**
7	A cause de la symetrie par rapport à y =x alors l’aire est egale à A-l’aire de la region limité par l’asymptote y= 0,5x+0,5 et les deux axes . Donc l’aire =A-l’aire du triangle limite par l’asymptote et les deux axes= A-0,25	**1**

المادة: الرياضيات الشهادة: الثانوية العامة ـ فرع الاجتماع والاقتصاد نموذج رقم -١- المدّة : ساعتان	الهيئة الأكاديميّة المشتركة قسم : الرياضيات	المركز التربوي للبحوث والإنماء

نموذج مسابقة (يراعي تعليق الدروس والتوصيف المعدّل للعام الدراسي ٢٠١٦-٢٠١٧ وحتى صدور المناهج المطوّرة)

ارشادات عامة : - يسمح باستعمال آلة حاسبة غير قابلة للبرمجة او اختزان المعلومات او رسم البيانات.
- يستطيع المرشح الإجابة بالترتيب الذي يناسبه دون الالتزام بترتيب المسائل الوارد في المسابقة.

I- (4 points)

The table below shows the VATon clothsy$_i$, in the last 6 years in a certain country

Year	2010	2011	2012	2013	2014	2015
Rank of year x_i	3	4	5	6	7	8
VATy_i (in millions LL)	600	700	750	950	1100	1350

1) Calculate the averages $\overline{x}$ and $\overline{y}$ of the two statistical variables x_i and y_i respectively.
2) Represent graphically the scatter plot as well as the center of gravity G ($\overline{x}$; $\overline{y}$) of the points (x_i ; y_i) in a rectangular system.
3) Write an equation of the regression line $D_{y/x}$ of y in terms of *x* and draw this line in the preceding system.
4) Suppose that the above pattern remains valid until the year 2020, Estimate the VAT on cloths in the year 2020.

II- (4 points)

A shop sells products (perfumes, hair gel and shampoo) of two kinds A and B.

10% of kind A are "perfumes", 30 % are "hair gel", and the rest are "shampoo"

50% of kind B are "perfumes", 20% are "hair gel", and the rest "shampoo"

A client chooses one product at random.

Consider the events:

A: "The product is of kind A"
B: "The product is of kind B"
H: "The product is a hair gel"
F: "The product is a perfume"
S: "The product is a shampoo"

Suppose that $P(A) = \frac{2}{3}$ and $P(B) = \frac{1}{3}$.

1)
   a- Calculate the following probabilities: $P(A \cap F)$, $P(A \cap H)$, $P(A \cap S)$, and P(F).
   b- Calculate the probability of the event: "The chosen product is of kind A, given that it is a perfume"
2) The prices of the products are given in the table below.

	Shampoo	Perfume	Hair Gel
A	LBP15 000	LBP80 000	LBP10 000
B	LBP10 000	LBP50 000	LBP5 000

Designate by X the random variable that is equal to the amount paid by the client.

a- Determine the probability distribution of X.

b- Calculate the mathematical expectation of X. Interpret the result.

III- (4 points)

In order to secure the future of their new-born, a bank proposes to parents the following offer:
For a deposit of 10 000 000 LL, an annual interest rate of 8 % is to be compounded annually, and to which a constant premium of 400 000 LL is to be added at the end of each year.
Designate by C_0 the initial capital ($C_0 = 10\ 000\ 000$), and by C_n the capital obtained at the end of the nth year.

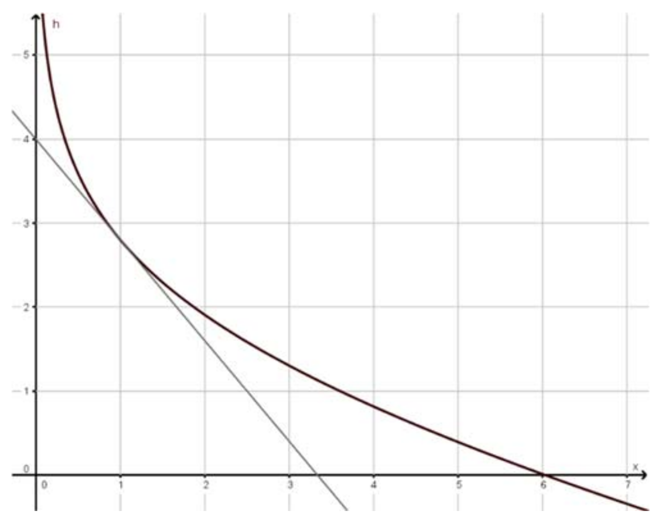
1)
   a) Verify that $C_1 = 11\ 200\ 000$ and calculate C_2. Deduce that the sequence (C_n) is neither arithmetic nor geometric.
   b) Express C_{n+1} in terms of C_n.
2) Consider the sequence (U_n) defined by: $U_n = C_n + 5\ 000\ 000$.
   a) Prove that (U_n) is a geometric sequence of common ratio 1.08 and whose first term is to be determined.
   b) Express U_n in terms of n. Deduce C_n in terms of n.
   c) How much shall be, after 18 years, the capital of a child whose parents accepted the offer of this bank?

IV-(8points)

The adjacentcurve (C) is the representative of a continuous and strictly decreasing function h that is defined on $]0 ; +\infty[$by:

$h(x) = a + bx - \ln(x)$ where a and b are two real numbers.

Indication: the line (d) of equation: $y = -1.2x + 4$ is tangent to the curve (C) at the point (1; 2.8)



A)

1) Prove that $a = 3$ and $b = -0.2$
2) Set up the table of variations of h.

B)

Let g be the function defined over $[0 ; +\infty[$ by:
$g(x) = 3(1-e^{-0\text{-}2x})$.Let (C_1) be the representative curve of g in an orthonormal system

1) Calculate $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$ and deduce an asymptote of (C).
2) Study the variation of g and setup the table of variations.
3) (C_1) cuts (C) at a point of abscissa α. verify that $2.93 < \alpha < 2.95$
4) Draw (C_1) and (C) on the same curve.

C)

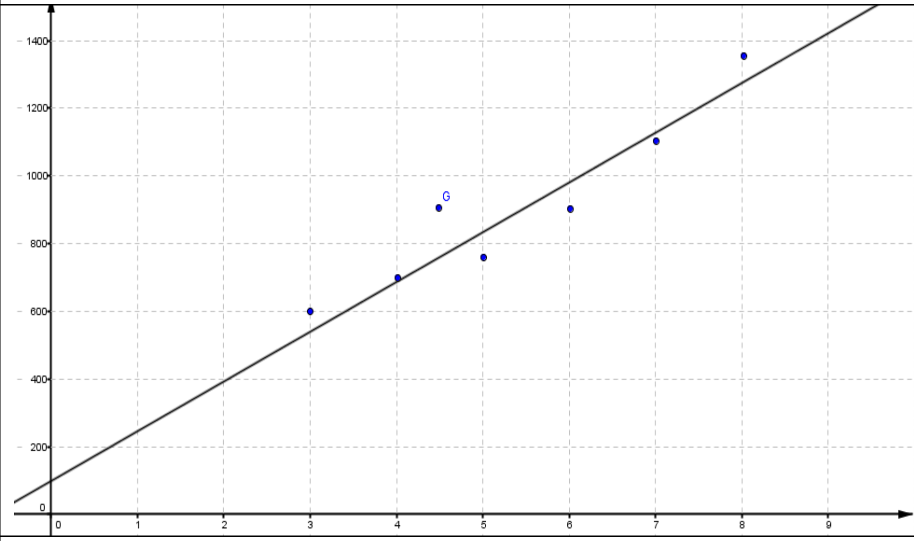
In all what follows, let $\alpha = 2.94$

A factory produces a certain electronic articles. The demand, and the supply of this product in thousands of articles, are modeled by: $D(p) = 3(1–e^{-0.2p})$ and $S(p) = 3 – 0.2p – \ln p$
Where p is the unit price (price of one article) in thousands LL. $(0.2\leq p \leq 5)$.

1) Calculate the supply corresponding to a unit price of 2 000 LL.
2) Calculate the unit price for a demand of 4000 items.
3) Give an economical interpretation for the value 2.94 of α.
   Calculate, in this case, the total revenue.
   a) Determine E(p), the elasticity of the demand with respect to the price p.
   b) Calculate E(2.94), and give an economical interpretation of the value thus obtained.

المركز التربوي للبحوث والإنماء	الهيئة الأكاديميّة المشتركة قسم : الرياضيات	المادة: الرياضيات الشهادة: المتوسطة نموذج رقم -١- المدّة : ساعتان

أسس التصحيح (تراعي تعليق الدروس والتوصيف المعدّل للعام الدراسي ٢٠١٦-٢٠١٧ وحتى صدور المناهج المطوّرة)

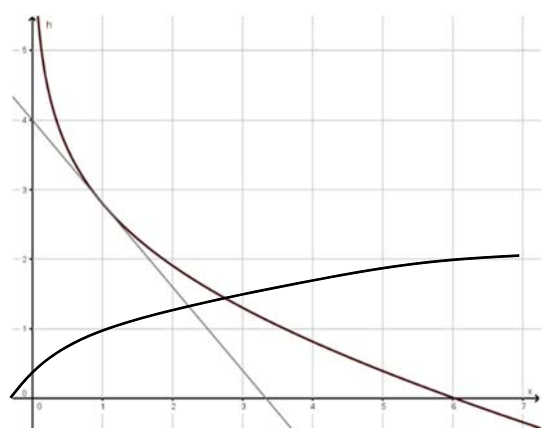
	Question I	**Mark**
1	$\overline{x} = 5,5$ and $\overline{y} = 908,33$	1
2		1.5
3	$y = 147,142x + 99,047$	1.5
4	for $x = 13$ so $y = 147,142 \times 13 + 99,047 = 2011,893$ millions of LL	1

		Question II	**Mark**
1)	**a-**	$P(A\cap F) = \frac{2}{5}$, $P(A\cap H) = \frac{1}{5}$, $P(A\cap S) = \frac{2}{5}$, $P(F) = P(A\cap F) + P(B\cap F) = \frac{2}{5} + \frac{5}{30} = \frac{17}{30}$	**0.5** **0.5** **0.5** **0.5**
	b-	$P(F/A) = \frac{P(F\cap A)}{P(A)} = \frac{12}{17}$	**0.5**
2)	**a-**	see table below	**1**
	b-	$E(X) = \sum P_i \times x_i = 23$. The average amount paid by the client is 23 000 LL.	**0.5**

$X = x_i$	5 000	10 000	15 000	50 000	80 000	Total
$P(X = x_i)$	$\frac{1}{15}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{15}$	1

		Question III	**Mark**
1)	**a-**	$C_1 = 10\,000\,000 + 10\,000\,000 \times 0.08 + 400\,000 = 11\,200\,000$ $C_2 = 11\,200\,000 + 11\,200\,000 \times 0.08 + 400\,000 = 12\,496\,000$ $\frac{C_1}{C_0} \neq \frac{C_2}{C_1}$ and $C_1 - C_0 \neq C_2 - C_1$	**0.25** **0.25** **0.25** **0.25**
	b-	$C_{n+1} = C_n + 0.08C_n + 400\,000 = 1.08C_n + 400\,000$	**0.5**
2)	**a-**	$U_{n+1} = 1.08(C_n + 5000000) = 1.08U_n$; (U_n) is a geometric sequence of common ratio $r = 1.08$ and of first term $U_0 = 15\,000\,000$.	**1**
	b-	$U_n = U_0 \times r^n = 15\times 1000\,000 \times 1.08^n$ and $C_n = 15\times 1000000 \times 1.08^n - 5000$	**0.5** **0.5**
	c-	$C_{18} = 15\,000\,000 \times 1.08^{18} - 5\,000 = 54\,940\,000$; the capital of a child whose parents	**0.5**

		accepted the offer of this bank, after 18 years, is 54 940 000 LL	

	Question IV	Mark
A)1	h(1) = 2.8 then a + b = 2.8 h'(1) = -1.2 them b -1 = -1.2 therefore b = -0.2 and a = 3	1
A) 2	$\lim\limits_{x\to 0} h(x) = +\infty$; $\lim\limits_{x\to +\infty} h(x) = -\infty$ $\begin{array}{c\|ccc} x & 0 & & +\infty \\ \hline h'(x) & & - & \\ \hline h(x) & +\infty & \searrow & -\infty \end{array}$	1
B)1	$\lim\limits_{x\to +\infty} g(x) = 3$. y = 3 is an asymptote of (C).	0.5
B)2	g'(x) = g(x) = 0.6 $e^{-0.2x}$ but x > 0. then, g is strictly increasing over]0 ; +∞[. g(0) = 0 $\begin{array}{c\|ccc} x & 0 & & +\infty \\ \hline g'(x) & & + & \\ \hline g(x) & 0 & \nearrow & 3 \end{array}$	1
B)3	Let k(x) = g(x) – h(x) = 3(1– $e^{-0.2x}$) – (3 – 0.2x - lnx) = 0.2x + lnx – $e^{-0.2x}$ We have: k(2.93) × k(2.95) < 0 , then (C_1) cuts (C) at a point of abscissa α with 2.93<α<2.95	1
B)4		1
C) 1	p = 2, S(2) = 3 – 0.2(2) – ln 2 = 1.90685 the supply corresponding to a price of 2 000 LL is 1907 articles.	0.5

C) 2	$D(p) = 1.5$, or $3(1-e^{-0.2p}) = 1.5$ then $p = \frac{ln2}{0.2} = 3.47$ the price for a demand of 1500 items is 3470 L.L	1
C)3a	α = Equilibrium price = 1 000×2.94 = 2940 LL	0.5
C)3b	The total revenue = p × D(p) = 2940× 1330 = 3910200 L.L	0.5

نموذج مسابقة (يراعي تعليق الدروس والتوصيف المعدّل للعام الدراسي ٢٠١٦-٢٠١٧ وحتى صدور المناهج المطوّرة)

ارشادات عامة : - يسمح باستعمال آلة حاسبة غير قابلة للبرمجة او اختزان المعلومات او رسم البيانات.
- يستطيع المرشح الإجابة بالترتيب الذي يناسبه دون الالتزام بترتيب المسائل الوارد في المسابقة.

I- (5 points)

A Shop sells phone books. At the beginning of the season, the prices of a phone and an IPAD together is 1 800 000 LL. At the end of the season, after a 30% decrease in the price of the phone and 25% increase in the price of the IPAD, the prices together become 1 920 000 LL.

1) Find the price of the phone and the price of the IPAD at the beginning of the season.
2) Find the price of the phone and the price of the IPAD at the end of the season.
3) Samir wants to buy 5 phones and 2 IPADs. Is it profitable for him to buy them at the beginning or at the end of the season? Justify your answer.

II- (5 points)

An auto company has 400 vehicles in its stores. These vehicles could be cars or jeeps. For each kind of vehicles, there are American and German.

A statistical study showed that:

- 40% of the vehicles are jeeps
- 30% of the cars are American
- 65% of the jeeps are German

1) Copy and complete the following table.

	Car	**Jeep**	**Total**
American			
German			
Total			400

2) A customer comes and chooses at random one vehicle from the company.
   - **a-** Calculate the probability of choosing a car.
   - **b-** Calculate the probability of choosing a German jeep.
   - **c-** Calculate the probability of choosing a jeep knowing that it is American.
   - **d-** Calculate the probability of choosing a car or a jeep.

3) Two customers come and choose two vehicles from the company, one after another.

a- Calculate the probability of choosing two jeeps.

b- Calculate the probability of choosing two cars given that they are German.

III- (10 points)

The table below is the table of variations of a function f defined by $f(x) = x + a + \frac{b}{x-c}$, where a, b, and c are three real numbers. Designate by (C) its representative curve in an orthonormal system $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

x	$-\infty$		1		3		5		$+\infty$
f '(x)			0		||		0		
f(x)			1	↘	$-\infty$ || $+\infty$	↘	9		

1) Determine the domain of definition of f.

2) Calculate c, then a and b.

3) Write an equation of the tangent to (C) at the point of abscissa 5.

In what follows, suppose that $a = 2, b = 4,$ and $c = 3$.

4)

a- Find the limits of f at $-\infty$ and at $+\infty$.

b- Show that the straight line (d) of equation $y = x + 2$ is an asymptote to (C).

5) Verify that $f'(x) = \frac{(x-5)(x-1)}{(x-3)^2}$, then copy and complete the above table of variations.

6) Draw (C) and its asymptotes.

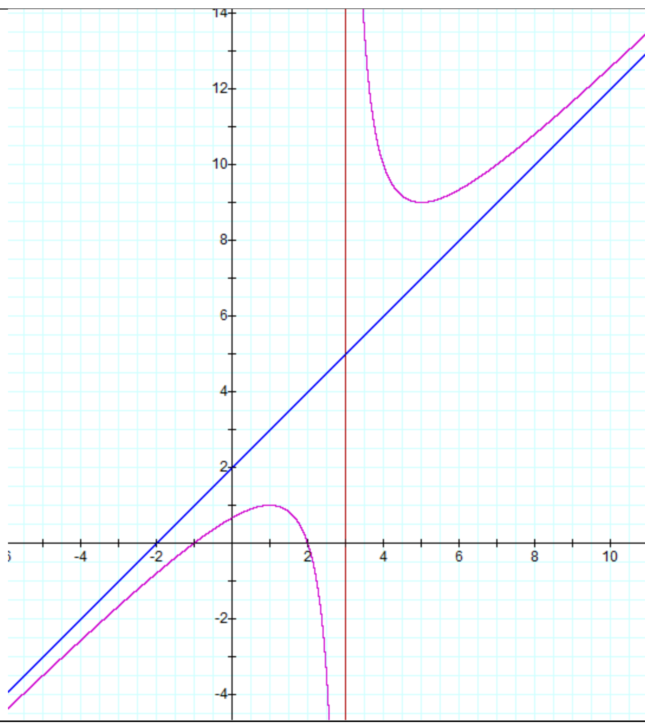
المادة: الرياضيات الشهادة: المتوسطة نموذج رقم -١- المدّة : ساعتان	الهيئة الأكاديميّة المشتركة قسم : الرياضيات	المركز التربوي للبحوث والإنماء

أسس التصحيح (تراعي تعليق الدروس والتوصيف المعدّل للعام الدراسي ٢٠١٦-٢٠١٧ وحتى صدور المناهج المطوّرة)

Answer Key

<table>
<tr><th colspan="2">Question I</th><th>Mark</th></tr>
<tr><td>1)</td><td>
<table>
<tr><th>Gender/Section</th><th>[14,16[</th><th>[16,18[</th><th>[18,20]</th><th>Total</th></tr>
<tr><td>Boys</td><td>15</td><td>8</td><td>2</td><td>25</td></tr>
<tr><td>Girls</td><td>3</td><td>10</td><td>12</td><td>25</td></tr>
<tr><td>Total</td><td>18</td><td>18</td><td>14</td><td>50</td></tr>
</table>
</td><td>1</td></tr>
<tr><td>2)</td><td>a. $\frac{3}{50}$
b. $P(G \text{ or } age \geq 18) = \frac{25}{50} + \frac{14}{50} - \frac{12}{50} = \frac{27}{50}$
c. $P(B / Age \geq 18) = \frac{2}{14} = \frac{1}{7}$</td><td>1
1
1</td></tr>
<tr><td>3)</td><td>$P(BG \text{ or } GB) = \frac{25}{50} \bullet \frac{25}{49} + \frac{25}{50} \bullet \frac{25}{49} = \frac{25}{49}$</td><td>1</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th colspan="2">Question II</th><th>Mark</th></tr>
<tr><td>1)</td><td>x : original price of a pen
y : original price of a copybook</td><td>1</td></tr>
<tr><td>2)</td><td>From the given we get the following system
$\begin{cases} x + y = 4(0.8x) \\ 0.8x + 0.8y = 16000 \end{cases}$
$x = 6250 LBP$
$y = 13750 LBP$
$0.8x = 5000$ LBP
$0.8y = 11000$ LBP</td><td>2</td></tr>
<tr><td>3)</td><td>Rima should pay a sum equals to: $2 \times 5000 + 3 \times 11000 = 43000 LBP$</td><td>1</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th colspan="2">Question III</th><th>Mark</th></tr>
<tr><td>1)</td><td>$]-\infty\,,3[\ \cup\ ]3\,,+\infty[$</td><td>0.5</td></tr>
<tr><td>2)</td><td>c = 3; a = 2; b = 4</td><td>1.5</td></tr>
<tr><td>3)</td><td>y = 9</td><td>1</td></tr>
<tr><td rowspan="2">4)</td><td>a- $-\infty$; $+\infty$</td><td>1</td></tr>
<tr><td>b- limit is 0</td><td>1</td></tr>
<tr><td rowspan="2">5)</td><td>$f'(x) = \frac{x^2-6x+5}{(x-3)^2} = \frac{(x-5)(x-1)}{(x-3)^2}$</td><td>1</td></tr>
<tr><td>
<table>
<tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td></td><td>1</td><td></td><td>3</td><td></td><td>5</td><td></td><td>$+\infty$</td></tr>
<tr><td>f'(x)</td><td></td><td>+</td><td>0</td><td>−</td><td>||</td><td>−</td><td>0</td><td>+</td><td></td></tr>
<tr><td>f(x)</td><td>$-\infty$</td><td>↗</td><td>1</td><td>↘</td><td>$-\infty$ || $+\infty$</td><td>↘</td><td>9</td><td>↗</td><td>$+\infty$</td></tr>
</table>
</td><td>2.5</td></tr>
<tr><td>6)</td><td>
</td><td>2.5</td></tr>
</table>