وزارة التربية والتعليم العالي المديرية العامة للتربية دائرة الامتحانات	الشهادة المتوسطة	دورة العام 2015 العادية الجمعة 5 حزيران 2015

عدد المسائل :ستة	مسابقة في مادة الرياضيات المدة ساعتان	الاسم: الرقم:

ارشادات عامة :- يسمح باستعمال آلة حاسبة غير قابلة للبرمجة او اختزان المعلومات او رسم البيانات.
- يستطيع المرشح الإجابة بالترتيب الذي يناسبه دون الالتزام بترتيب المسائل الواردة في المسابقة.

I - (2 points)

In the following table, only one of the proposed answers to each question is correct.
Write the number of the question and its corresponding answer. Justify your choice.

Number	Question	Proposed answers		
		a	b	c
1	Let $P(x)=3x^2-2x+2\sqrt{3}$, then $P(\sqrt{3})=$	9	0	$9+4\sqrt{3}$
2	The original price of an article is 5 200 L.L. After a discount of 15% , the new price will be:	5 980 L.L	780 L.L	4 420 L.L
3	x is the measure of an acute angle so that $\sin x=\frac{2}{5}$, then $\cos x=$	$\frac{3}{5}$	$\frac{4}{5}$	$\frac{\sqrt{21}}{5}$
4	If $2x-3>5$, then:	$x+4>0$	$-3x+12<0$	$x<-4$

II - (2.5 points)

Consider the three numbers **A**, **B** and **C** so that:

$$A=\frac{8}{3}+5\div(1-\frac{2}{5})\ ;\ B=\sqrt{2-\frac{6}{5}}\times\sqrt{2+\frac{6}{5}}\ \text{and}\ C=\frac{2\sqrt{75}-\sqrt{48}}{5\sqrt{2}\times\sqrt{54}-5\sqrt{27}}$$

In what follows, the steps of calculation must be shown.

1) **Show** that **A** is a natural number.
2) **Write B** in the form of a fraction in its simplest form.
3) **Prove** that **C** is decimal
4) **Prove** that $B+C=2$.

III - (2 points)

1) **Solve** the following system: $\begin{cases} x+y=35 \\ 2x-3y=0 \end{cases}$
2) **Find**, with justification, two natural numbers such that their sum is 35 and the double of one of them is the triple of the other.

IV- (3.5 points)

Given the following algebraic expression:

$E(x) = (3x-4)^2 - (3x-4)(x+2)$.

1) a. Show that $E(x) = 6x^2 - 26x + 24$

b. Solve the equation $E(x) = 24$.

2) Factorize E(x).

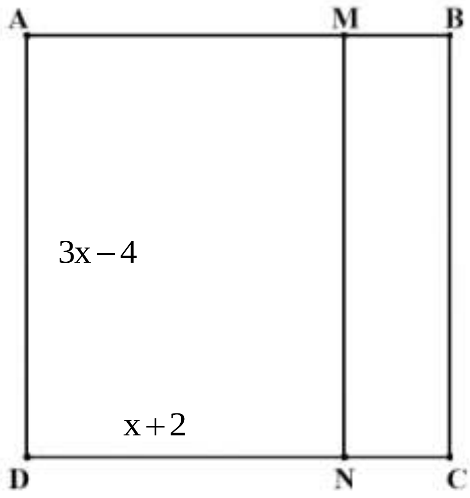
3) In the adjacent figure:

ABCD is a square with side $3x-4$.

AMND is a rectangle such that $DN = x+2$. **(x > 3)**

a. Express, in terms of x, the area **S** of the square **ABCD** and S' the area of the rectangle **MBCN**.

b. Determine x so that $S = 4S'$.



V- (5 points)

In an orthonormal system of axes x'Ox ; y'Oy, consider the points $A(3;3)$, $B(0;-3)$ and $C(-6;0)$.

1) **Plot** the points A, B and C.
2) **Verify** that y = 2x – 3 is the equation of the line (AB) .
3) **Calculate** the slope of the line (BC).
   Deduce that (AB) and (BC) are perpendicular.
4) **Show** that ABC is a right isosceles triangle.
5) Let **D** be the point defined by $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$.
   a. **Verify** that the coordinates of **D** are $(-3;6)$.
   b. **Show** that the quadrilateral ABCD is a square.
6) Let **E** be the symmetric of D with respect to A and **(G)** the circle circumscribed about triangle **CDE**.
   a. **Calculate** the coordinates of E.
   b. **Calculate** the coordinates of I the center of circle (G).
   c. **Determine** the equation of the tangent at D to the circle (G).

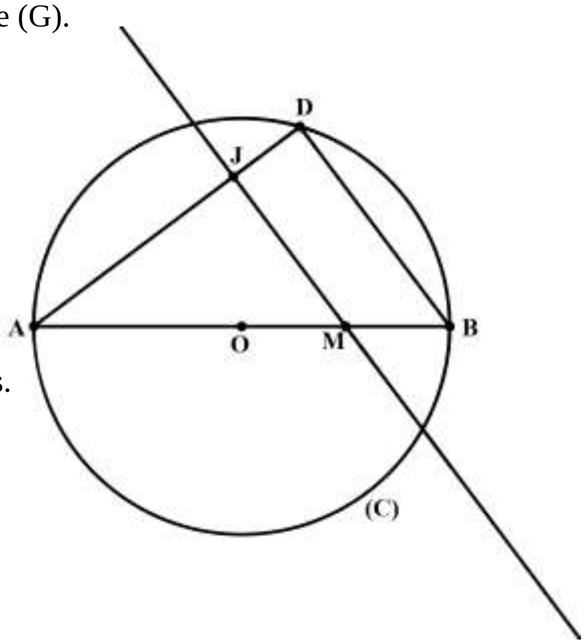
VI- (5 points)

In the adjacent figure, consider a circle **(C)** with center **O** and diameter **AB = 6 cm**.

Let **D** be a point on (C) such that **BD = 3.6 cm** .

Denote by **M** the midpoint of [OB].

The parallel through M to (BD) intersects [AD] at J.



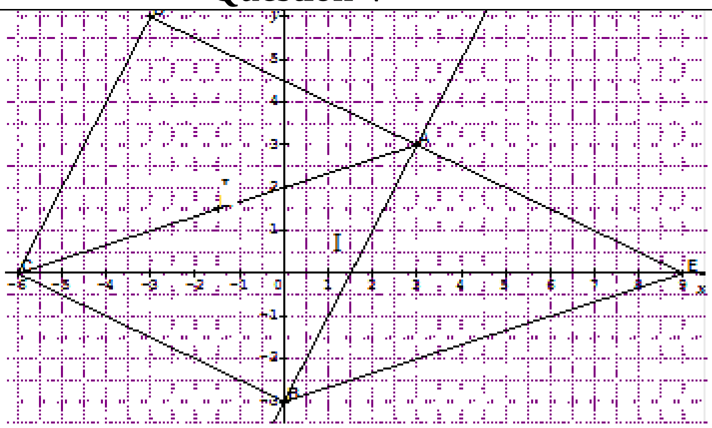
1) **Copy** the figure, it will be completed in the following parts.
2) **Show** that ABD is a right triangle, and then **verify** that **AD = 4.8 cm**.
3) **Verify** that AJ = 3.6 cm and **calculate** JM.
4) The tangents to **(C)** at **A** and **D** intersect at **L**.
   The two lines **(AD)** and **(LO)** intersect at **F**.
   a. **Calculate** OF.
   b. **Prove** that the two triangles OFA and OAL are similar then **Calculate** AL.
   c. **Calculate**, rounded to the nearest degree, the measure of angle $\widehat{ALD}$.

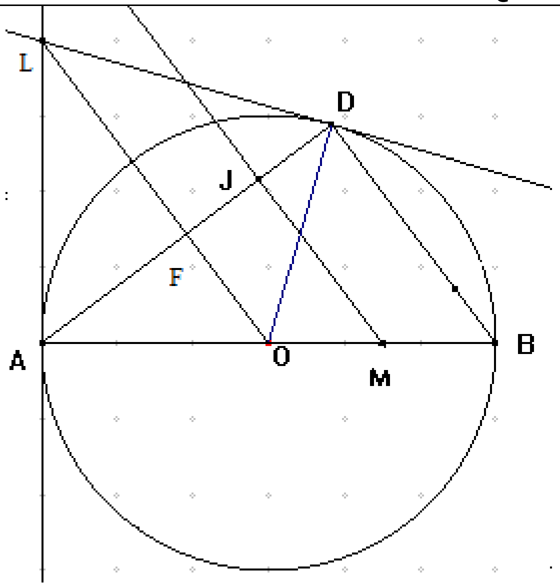
وزارة التربية والتعليم العالي
المديرية العامة للتربية

الشهادة المتوسطة

دورة العام 2015 العادية

مشروع أسس التصحيح

Part of the ques.	Question I	Grade
1	$P(\sqrt{3})=9$ .The answeris(a)	0.5
2	The price will be 5 200 x 0.85=4420. So the answeris (c)	0.5
3	$\cos^2 x = 1-\frac{4}{25}=\frac{21}{25}$ .So the answeris(c)	0.5
4	If $2x-3>5$, then $x>4$ so $-3x+12<0$ .So the answeris(b)	0.5
	Question II	
1	$A=\frac{8}{3}+5\div(\frac{3}{5})=\frac{8}{3}+\frac{25}{3}=11$	0.5
2	$B=\sqrt{4-\frac{36}{25}}=\sqrt{\frac{100-36}{25}}=\frac{8}{5}$	1
3	$C=\frac{10\sqrt{3}-4\sqrt{3}}{5\times2\times3\sqrt{3}-15\sqrt{3}}=\frac{6\sqrt{3}}{15\sqrt{3}}=\frac{2}{5}$ thus B+C = 2	1
	Question III	
1	x= 21 and y =14	1
2	x and y are two natural numbers, so the system is: $\begin{cases} x+y=35 \\ 2x=3y \end{cases}$ hence x=21 and y = 14	1
	Question IV	
1.a	E(x) = $6x^2-26x+24$	0.5
1.b	E(x) = 24 then x=0 or x=$\frac{13}{3}$	0.5
2	E(x) = (3x-4) (3x-4-x-2) = 2(3x-4)(x-3).	0.5
3.a	S=$(3x-4)^2$ and S'=$(3x-4)^2-(3x-4)(x+2)$	1
3.b	S= 4S' then x= $\frac{4}{3}$ rejected or x = 4 acceptable .	1
	Question V	
1	Figure: A, B andC 	0.5
2	Equationof (AB) is y = 2x-3	0.5
3	$a_{(BC)}=\frac{-1}{2}$ then (AB) and (BC) are perpendicular (product of theirslopes = -1)	0.75

4.	(AB) perpendicularto (BC) , $AB = 3\sqrt{5}$; $BC = 3\sqrt{5}$ then ABC is right isosceles .	0.5
5.a	$\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$ then $D(-3;6)$	0.5
5.b	$\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$ thenABCD is a parm (BC) perpendicular to (AB)andAB = BC thenitis a square**.**	0. 5
6. a	E(9, 0).	0.5
6. b	I($\frac{3}{2}$,0)	0.5
6.c	$a_{(ID)}= -\frac{4}{3}$ so, the slope of the tangent = $\frac{3}{4}$ and the equation of the tangent is $y = \frac{3}{4}x + \frac{33}{4}$.	0.75
	Question VI	
1		0.5
2	ABD is right at D sinceitisinscribed in a (C) of diameter [AB] $AD^2 = 36 - 12.96 = 23.04$ hence AD = 4.8cm.	0.75
3	UsingThales', $\frac{AJ}{AD} = \frac{AM}{AB} = \frac{JM}{BD}$ then AJ=3.6cm and JM=2.7cm	1
4.a	F midpoint of [AD] and O midpoint of [AB] then OF=$\frac{1}{2}$ BD consequently OF= 1.8 or….	0.5
4.b	$\hat{O}$ commonangle , $\widehat{OAL} = \widehat{OFA} = 90^0$ $\frac{OF}{OA} = \frac{AF}{LA} = ...$ then AL = 4	1.25
5.a	$\tan \widehat{OLA} = \frac{3}{4}$ then $\widehat{OLA} = 37^0$,so $\widehat{ALD} = 74^0$	1

عدد المسائل :ستة	مسابقة في مادة الرياضيات المدة ساعتان	الاسم: الرقم:

ارشادات عامة : - يسمح باستعمال آلة حاسبة غير قابلة للبرمجة او اختزان المعلومات او رسم البيانات.
-يستطيع المرشح الإجابة بالترتيب الذي يناسبه دون الالتزام بترتيب المسائل الواردة في المسابقة.

I - (2 points)

Dans le tableau ci-dessous, une seule réponse à chaque question est correcte .
Ecrire le numéro de la question et la réponse correspondante. Justifier votre choix.

Numéro	Question	Réponses proposées		
		a	b	c
1	Soit $P(x) = 3x^2 - 2x + 2\sqrt{3}$, alors $P(\sqrt{3}) =$	9	0	$9+4\sqrt{3}$
2	Le prix initial d'un article est 5 200 L.L. Après une réduction de 15% le prix sera	5 980 L.L	780 L.L	4 420 L.L
3	x est la mesure d'un angle aigu tel que $\sin x = \frac{2}{5}$, alors $\cos x =$	$\frac{3}{5}$	$\frac{4}{5}$	$\frac{\sqrt{21}}{5}$
4	Si $2x - 3 > 5$, alors	$x + 4 > 0$	$-3x + 12 < 0$	$x < -4$

II - (2,5 points)

On considère les trois nombres suivants **A**, **B** et **C** tels que:

$$A = \frac{8}{3} + 5 \div (1 - \frac{2}{5}) \;;\quad B = \sqrt{2 - \frac{6}{5}} \times \sqrt{2 + \frac{6}{5}} \quad \text{et} \quad C = \frac{2\sqrt{75} - \sqrt{48}}{5\sqrt{2} \times \sqrt{54} - 5\sqrt{27}}$$

Dans ce qui suit, faire apparaître les étapes du calcul.

1) Montrer que **A** est un entier naturel.

2) Ecrire B sous forme d'une fraction irréductible.

3) Montrer que **C** est un nombre décimal.

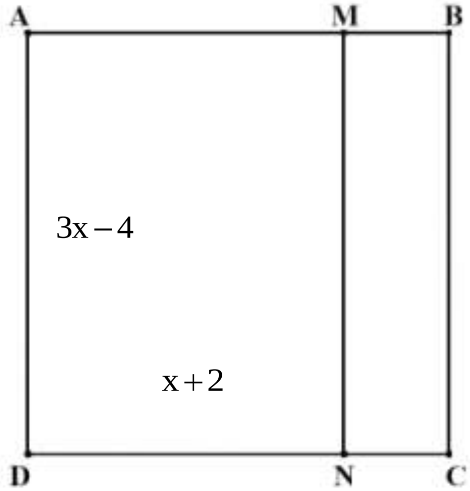
4) **Prouver** que B + C = 2.

III - (2 points)

1) Résoudre le système suivant : $\begin{cases} x + y = 35 \\ 2x - 3y = 0 \end{cases}$

2) Trouver, en justifiant, deux entiers naturels dont la somme est égale à 35 et tel que le double de l'un est égal au triple de l'autre.

IV - (3,5 points)



On donne l'expression algébrique suivante :

$E(x) = (3x-4)^2 - (3x-4)(x+2)$

1) **a.** **Montrer** que $E(x) = 6x^2 - 26x + 24$.

b. **Résoudre** l'équation E(x) = 24.

2) **Factoriser** E(x).

3) Dans la figure ci-contre :

ABCD est un **carré** dont le côté mesure 3x – 4.

AMND est un **rectangle** tel que DN = x + 2 (x > 3).

a. **Exprimer**, en fonction de x, l'aire **S** du carré ABCD et **S'** celle du rectangle MBCN.

b. **Déterminer** x pour que S = 4S'.

V - (5 points)

Dans un repère orthonormé d'axes x'Ox ; y'Oy, on donne les points A(3;3), B(0;-3) et C(-6;0).

1) **Placer** les points **A**, **B** et **C**.

2) **Vérifier** que y = 2x – 3 est l'équation de la droite (AB).

3) **Calculer** la pente de la droite (BC).

Déduire que (AB) et (BC) sont perpendiculaires.

4) **Montrer** que le triangle ABC est rectangle isocèle.

5) Soit **D** le point défini par $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$.

a. **Vérifier** que le point D a pour coordonnées (-3;6).

b. **Montrer** que le quadrilatère **ABCD** est un carré.

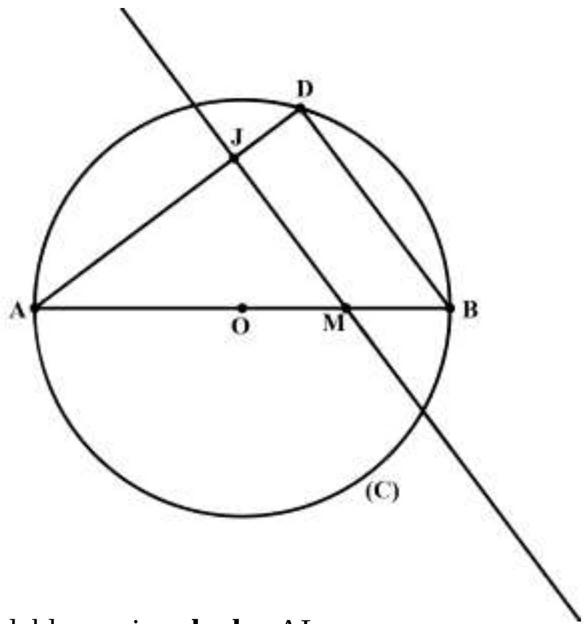
6) Soit **E** le symétrique de **D** par rapport à **A** et **(G)** le cercle circonscrit au triangle **CDE**.

a. **Calculer** les coordonnées de **E**.

b. **Calculer** les coordonnées du point **I** centre du cercle (G).

c. **Déterminer** l'équation de la tangente en **D** au cercle (G).

VI - (5 points)



Dans la figure ci-contre, on donne **un cercle (C)** de centre O et de diamètre **AB = 6 cm**.

Soit **D** le point de (C) tel que **BD = 3,6 cm**.

Du point **M** milieu de **[OB]**, on mène la parallèle à (BD) qui coupe [AD] en **J**.

1) **Reproduire** la figure, elle sera complétée dans la suite du problème.

2) **Montrer** que ABD est un triangle rectangle, puis **vérifier** que AD = 4,8 cm.

3) **Vérifier** que AJ = 3,6 cm et **calculer** JM.

4) Les tangentes à (C) en A et D se coupent en L.

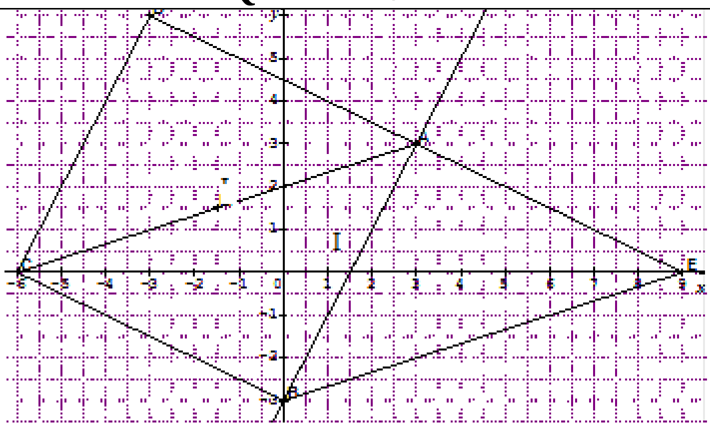
Les deux droites (OL) et (AD) se coupent en F.

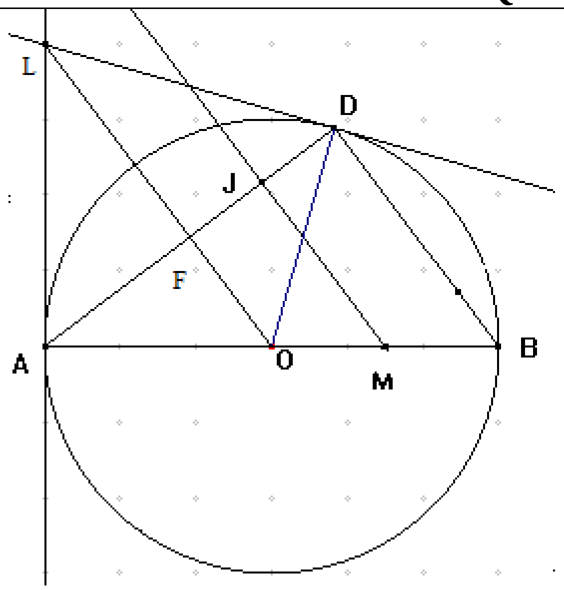
a. **Calculer** OF.

b. **Démontrer** que les deux triangles OFA et OAL sont semblables, puis **calculer** AL.

c. **Calculer**, arrondie au degré près, la mesure de l'angle $\widehat{ALD}$.

وزارة التربية والتعليم العالي المديرية العامة للتربية	الشهادة المتوسطة مشروع أسس التصحيح	دورة العام 2015 العادية

Partie de la Q.	Question I	Note
1	$P(\sqrt{3}) = 9$,alors la réponse (a)	0.5
2	le prix sera 5 200 x 0.85=4420,alors la réponse (c)	0.5
3	$\cos^2 x = 1 - \frac{4}{25} = \frac{21}{25}$, alors la réponse (c)	0.5
4	Si $2x - 3 > 5$, alors $x > 4$ donc $-3x + 12 < 0$, alors la réponse (b)	0.5
	Question II	
1	$A = \frac{8}{3} + 5 \div (\frac{3}{5}) = \frac{8}{3} + \frac{25}{3} = 11$	0.5
2	$B = \sqrt{4 - \frac{36}{25}} = \sqrt{\frac{100-36}{25}} = \frac{8}{5}$	1
3	$C = \frac{10\sqrt{3} - 4\sqrt{3}}{5 \times 2 \times 3\sqrt{3} - 15\sqrt{3}} = \frac{6\sqrt{3}}{15\sqrt{3}} = \frac{2}{5}$ donc B+C = 2	1
	Question III	
1	x= 21 et y =14	1
2	Soit x et y cesdeuxentiersd'où le système est: $\begin{cases} x + y = 35 \\ 2x = 3y \end{cases}$ alors x=21 et y = 14	1
	Question IV	
1.a	E(x) = $6x^2 - 26x + 24$	0.5
1.b	E(x) = 24 donc x=0 ou x=$\frac{13}{3}$	0.5
2	E(x) = (3x-4) (3x-4-x-2) = 2(3x-4)(x-3).	0.5
3.a	S=$(3x-4)^2$ et S'=$(3x-4)^2 - (3x-4)(x+2)$	1
3.b	S= 4S' alors x= $\frac{4}{3}$ àrejeter ou $x = 4$ acceptable .	1
	Question V	
1.	 Figure: A, B et C	0.5
2	Equationde (AB) est y = 2x-3	0.5
3	$a_{(BC)} = \frac{-1}{2}$ alors (AB) et (BC) sont perpendiculaires (produit de leurs pentes égales - 1	0.75
4.	(AB) perpendiculaire à (BC) , $AB = 3\sqrt{5}$; $BC = 3\sqrt{5}$ alors ABC est un triangle rectangle isocèle	0.5

5.a	$\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$ alors $D(-3;6)$	0.5
5.b	$\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$ donc ABCD est un parallélogramme (BC) perpendiculaire à (AB) et AB = BC donc il est un carré**.**	0. 5
6. a	E(9, 0).	0.5
6. b	$I(\frac{3}{2},0)$	0.5
6.c	$a_{(ID)} = -\frac{4}{3}$ donc la pente de la tangente $= \frac{3}{4}$ et par suite l'équation de la tangente est $y = \frac{3}{4}x + \frac{33}{4}$.	0.75
	Question VI	
1		0.5
2	ABD est rectangle en D car il est inscrit dans un demi-cercle de diamètre [AB] $AD^2 = 36 - 12,96 = 23,04$ d'où AD = 4,8cm.	0.75
3	D'après le th. De Thales $\frac{AJ}{AD} = \frac{AM}{AB} = \frac{JM}{BD}$ alors AJ=3,6cm et JM=2,7cm	1
4.a	F milieu de [AD] et O milieu de [AB] donc OF=$\frac{1}{2}$BD et par suite OF= 1,8 ou….	0.5
4.b	$\widehat{O}$ angle commun , $\widehat{OAL} = \widehat{OFA} = 90^0$ $\frac{OF}{OA} = \frac{AF}{LA} = ...$ donc AL = 4	1.25
5.a	$\tan\widehat{OLA} = \frac{3}{4}$ donc $\widehat{OLA} = 37^0$ alors $\widehat{ALD} = 74^0$	1