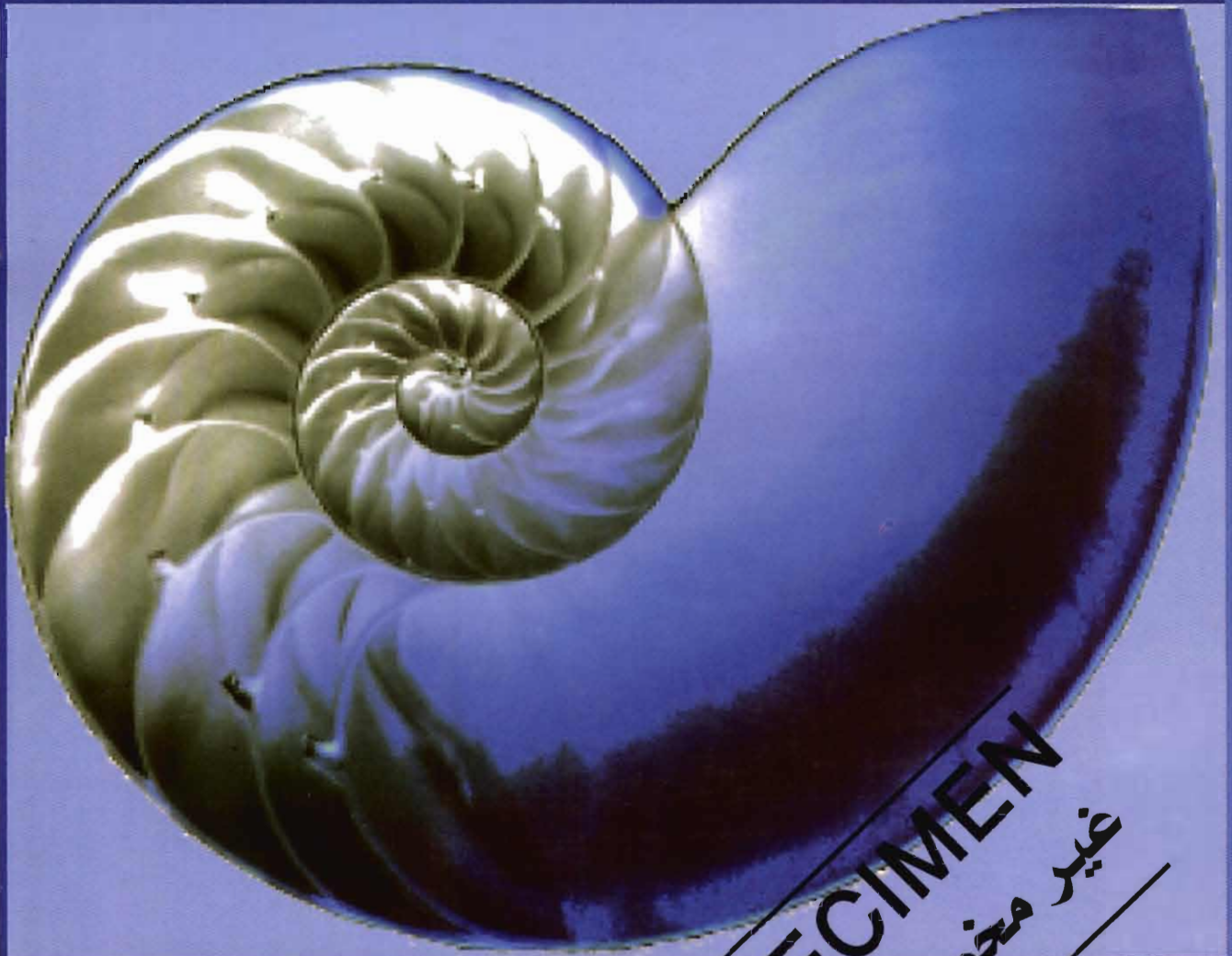


# Construire les MATHÉMATIQUES

Enseignement Secondaire  
Troisième Année  
Série Sciences de la Vie



SPECIMEN

غير مخصص للتبيع

Centre de Recherche et de Développement Pédagogiques



Le Livre  
Scolaire  
National

Nouveau Programme

**République Libanaise**

Ministère de l'Éducation Nationale de la Jeunesse et des Sports

**CONSTRUIRE LES  
MATHEMATIQUES**

**Enseignement Secondaire**

Troisième Année  
Série Sciences de la Vie

Centre de Recherche et de Développement Pédagogiques



Le Livre  
Scolaire  
National

**Nouveau Programme**

■ Coordinateur général des commissions d'auteurs  
**Victor MELHEM**

Lecture  
**Samia AKL BOUSTANI** ■

# CONSTRUIRE LES MATHEMATIQUES

**Enseignement Secondaire**

Troisième Année  
Série Sciences de la Vie

**Toufic ROUMI** (Coordinateur)  
**Mustapha JAZZAR**

*Ce manuel est une refonte des deux manuels  
de la série Sciences Générales  
adaptée à la série Sciences de la Vie*

Centre de Recherche et de Développement Pédagogiques



**La Société Éducative**

pour l'Impression, l'Édition et la Distribution S.A.R.L.

■ Recherche documentaire : Groupe iconographique, CRD

■ Edition et Distribution :  **La Société Éducative**  
pour l'Impression, l'Édition et la Distribution S.A.R.L.

Maquette : Groupe technique, SES s.a.r.l.

**Impression: Dar Lubna**

© CRDP 2000, Sin-EI-Fil - Liban, B.P: 5526

Tous droits réservés au CRDP

1<sup>ère</sup> Edition 2000

6ème impression 2010

# LE PROJET DU LIVRE SCOLAIRE NATIONAL

Avec la parution des manuels scolaires de la troisième année de chacun des quatre cycles d'enseignement, le Centre de Recherche et de Développement Pédagogiques achève la dernière étape du projet de rédaction des manuels conformes aux nouveaux programmes. Aussi mettons-nous ces livres entre les mains des apprenants et des enseignants, dans l'espoir d'accomplir une transition progressive vers l'acquisition de savoirs scientifiques solides et modernes, au moyen d'outils pédagogiques avancés et de méthodes d'apprentissage évoluées, suscitant la réflexion et la recherche individuelle et favorisant les situations comportementales qui renforcent le sentiment d'appartenance nationale et privilégient le respect des valeurs.

Si la révolution dans le domaine des technologies de l'information et de la communication est pratiquement en passe de reléguer le manuel scolaire à une position de second ordre, il n'en reste pas moins que le livre au Liban, comme dans la plupart des pays environnants, demeure le principal moyen d'apprentissage. Il s'avère donc absolument nécessaire d'accorder à la rédaction des manuels tout l'intérêt et le soin qu'une telle activité mérite, tant au plan du contenu du manuel qu'à celui de sa présentation générale, sans en faire pour autant l'outil pédagogique exclusif de l'apprenant car le livre devrait surtout constituer une voie d'accès à d'autres sources d'information. Aussi, ce dernier ne devrait-il pas représenter une fin en soi mais plutôt nous permettre de réaliser la finalité principale de la réforme éducative, à savoir: garder l'apprenant au centre du processus d'enseignement-apprentissage.

Nous ne cherchons pas à déprécier le travail accompli ou à mettre en doute les bonnes intentions, qui, nous en sommes certains, ont animé tous nos comités d'auteurs. Néanmoins, malgré le louable investissement de tous ceux qui ont œuvré pour la réussite de cette entreprise et dont nous apprécions les efforts, nous nous devons de signaler que l'on peut relever certaines imperfections dans les livres parus ces deux dernières années.

Nous pensons, par ailleurs, que la critique constructive représente un premier pas vers le perfectionnement des manuels, c'est pourquoi nous vous engageons tous à nous adresser vos remarques surtout si elles sont faites dans l'intention d'améliorer les performances de nos auteurs.

C'est dans cette perspective que le CRDP a, dès cette année et comme prévu, entamé l'évaluation des nouveaux programmes, des manuels y afférents, de la formation des enseignants ainsi que des résultats scolaires. Cette action est centrée sur l'identification des objectifs atteints et de ceux qu'il n'a pas été possible de réaliser. Elle permettra, d'une part, de persévérer dans toute orientation qui aurait fait ses preuves et de l'autre, de faire les modifications nécessaires.

Nous nous proposons, d'ores et déjà, de procéder au remaniement de nos publications ce qui, nous l'espérons, apportera une contribution concrète à l'amélioration des contenus, dans le but d'assurer à nos élèves le meilleur livre possible.

Le 13 Mars 2000

Le Président du CRDP

**Nemer FRAYHA**



## AVANT - PROPOS

Ce manuel a pour objet de mettre l'accent sur l'importance croissante des mathématiques dans la vie courante, en montrant l'utilité de cette discipline abstraite jugée injustement désagréable. Pour y arriver nous avons proposé aux apprenants des problèmes provenant des autres disciplines: Physique, Chimie, Biologie, Démographie, Astronomie...

Ce livre a été conçu et rédigé conformément à l'esprit du nouveau programme. On y trouve: le contenu scientifique, simplifié mais rigoureux, les objectifs ciblés, contrôlés et évalués, et la méthode préconisée, explicitement exposée.

Loin d'être un exposé magistral, cet ouvrage est un outil qui permet, et provoque, la participation active des apprenants. Nous avons voulu créer un matériel didactique adéquat pour éducation basée sur la répartition équilibrée et bien définie des tâches entre les trois partenaires: élève - enseignant - administrateur.

L'enseignant n'est plus seulement le détenteur du savoir, mais plutôt l'animateur de la classe; il la guide dans le choix des orientations, maintient son intérêt, active sa recherche et en formule les résultats tout en indiquant les champs d'applications.

Et c'est l'élève qui se trouve être au coeur de l'opération éducative en tant que personne ayant droit à une formation digne d'un être libre, indépendant et en quête de savoir. C'est l'élève qui, sans être forcé à subir des connaissances, même indispensables, doit se sentir constamment confronté à des situations qui l'incitent à savoir plus.

- Les activités sont conçues à ce que l'élève se rappellera, d'une part, des connaissances requises, et sera incité d'autre part, à se poser des questions, et à être demandeur de l'information.
- Les démonstrations sont souvent écartées. L'objectif étant d'initier l'élève au raisonnement et de préparer à aborder aisément les exercices de fin de chapitre.
- Les exercices répondent aux objectifs d'apprentissage et à l'acquisition des connaissances.

Nous espérons, par ce manuel, transmettre notre conception ouverte et vivante des mathématiques: **Science interdisciplinaire.**

Pour terminer, les auteurs sollicitent leurs collègues de l'Enseignement secondaire à leur adresser toute remarque, critique ou suggestion concernant ce manuel.

Les auteurs



# COMMENT SE SERVIR DE CE MANUEL

## I. INTRODUCTION

Avant d'exécuter un travail, il vaut mieux avoir une idée claire de la nature de ce travail et se fixer des objectifs bien définis à atteindre.

## II. ACTIVITÉS

Un chantier où utiliser ses connaissances antérieures et se forger la capacité d'en acquérir de nouvelles dans le but d'être mieux équipé pour des travaux futurs.

**3**

**INTRODUCTION**

La théorie des groupes trouve ses racines dans l'étude des équations. Le mathématicien français Évariste Galois a établi qu'une équation polynomiale de la forme :

$$a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0 = 0$$

est résoluble par des radicaux si, et seulement si, l'ensemble des permutations de ses racines (qui forment un groupe) possède une certaine propriété. Depuis, les mathématiciens se sont intéressés à la théorie des groupes, dont les applications ne se limitent pas aux Mathématiques. Cette théorie est, en effet, utilisée, entre autres, en Physique et en Chimie (cristallographie, notamment).

Dans ce chapitre, on se propose de :

1. préciser la notion de loi de composition interne et certaines notions concernant une telle loi ;
2. préciser la notion de groupe.

**GROUPES**

**Connaissances requises**

- Ensemble ;
- Application ;
- Composition d'applications.

**ACTIVITÉS**

**Activité 1**  
Le plan est rapporté à un repère orthonormal direct  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ . Pour tout couple  $(a, b)$  de réels, désigne de couple  $(a, b)$ , l'ensemble des points  $M$  du plan de coordonnées  $x = a$  et  $y = b$ .

1. Calculez, de deux manières différentes,  $(a, b) \circ (c, d)$  et  $(c, d) \circ (a, b)$  pour donner la loi de composition interne  $\circ$  sur  $\mathcal{P}$ .

**Activité 2**  
Le plan est rapporté à un repère orthonormal direct  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ . Considérez le nombre complexe  $z = \sqrt{3} + i$ . Montrez que  $z$  est une racine de  $z^2 - 2z + 2 = 0$ .

- a. Représentez les points  $z$  et  $\bar{z}$ .
- b. Calculez  $z^2$ ,  $z^3$ ,  $z^4$  et vérifiez que  $z^4 - z^2 = \sqrt{2}$ .

Calculez les racines carrées du nombre de l'axe réel  $(-1, 0)$  et vérifiez que  $(\sqrt{2}, \sqrt{2}) = -(\sqrt{2}, \sqrt{2})$  modulo  $2\pi$ .

## III. COURS

On y trouve des réponses bien adaptées à la résolution des problèmes sur le chantier. L'efficacité est le résultat d'un rapport fécond entre la pratique et les conclusions que l'on peut en tirer.

## IV. BILAN-MÉTHODE

En résumé, la procédure et les outils indispensables à la réalisation des petits comme des grands travaux.

**COURS**

**1. DÉFINITIONS ET OPÉRATIONS ÉLÉMENTAIRES**

**Définition 1**  
Un système linéaire  $m \times n$  est un système de  $m$  équations à  $n$  inconnues.

**Exemples**

$$\begin{cases} (1) & x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 8 \\ & 2x_1 - 2x_2 + x_3 = 14 \\ (2) & x_1 + 2x_2 + x_3 = 5 \\ & 2x_1 - x_3 = -6 \end{cases}$$

(1) est un système linéaire de deux équations à trois inconnues ; (2) est un système linéaire à 3 équations (2, 1, 1) à 3 inconnues de (1) et (2).

**BILAN-MÉTHODE**

**Primitives**

|  |  |
|--|--|
| $\int x^n dx = \frac{1}{n+1} x^{n+1} + C, \quad n \neq -1$ | $\int \frac{dx}{x} = \ln x  + C$   |
| $\int x^a dx = \frac{x^{a+1}}{a+1} + C, \quad a \neq -1$   | $\int \frac{dx}{x^2} = -\frac{1}{x} + C$                                     |
| $\int \cos x dx = \sin x + C$                              | $\int \sin x dx = -\cos x + C$   |
| $\int \frac{dx}{\cos^2 x} = \tan x + C$                    | $\int \frac{dx}{\sin^2 x} = -\cot x + C$                                     |
| $\int \frac{dx}{1+x^2} = \arctan x + C$                    | $\int \frac{dx}{1-x^2} = \frac{1}{2} \ln \left  \frac{1+x}{1-x} \right  + C$ |

1. Pour utiliser la table des primitives, il faut que l'intégrale s'écrive sous la forme :  $\int f(x) dx$  avec  $f(x)$  fonction affective. Le changement de variable  $t = g(x)$ .
2. Formule de changement de variable.

## V. EXERCICES

Tout est mis en place pour réussir les tâches qu'on doit exécuter. Il suffit d'utiliser la clef la plus adéquate pour ouvrir la voie qui convient le mieux à l'exécution de la tâche

**EXERCICES**

**DÉFINITION, PROPRIÉTÉS ALGÈBRIQUES**

1. Déterminez les domaines de définition de chacune des fonctions :

$$f(x) = \ln(x+1) + \ln(1-x)$$

$$g(x) = \ln(x^2+1) + \ln(x-1)$$

$$h(x) = \ln(x^2-1)$$

2. Exprimez en fonction de  $\ln 2$  et  $\ln 3$  les nombres :

$$\ln \sqrt{2}, \ln 512, \ln 0,125, \ln \frac{1}{27}$$

3. Exprimez en fonction de  $\ln 2$  et  $\ln 3$  les nombres :

$$\ln 24, \ln 144, \ln 2,25$$

$$\ln 42 = \ln 14 + \ln \frac{3}{2}$$

4. Simplifiez :

$$\ln(2 + \sqrt{3})^8 - \ln(2 - \sqrt{3})^8$$

$$\ln \sqrt{3} + \ln \sqrt{5} - \ln 15 - \ln \sqrt{27}$$

5. Comparez sans calculer :

$$\ln 7$$
 et  $\ln 2 + \ln 3$   

$$1 + \ln e^2$$
 et  $1 + \ln \sqrt{e}$  et 4.

6. Simplifiez :

$$\log_{10} 100, \log_2 1024$$

**EQUATIONS, INEQUATIONS, SYSTEMES**

Dans chacun des exercices 7 à 22, résolvez l'équation ou l'inéquation sur le système proposé, après avoir déterminé l'ensemble de définition.

7.  $\ln x = 1, \ln 2x = 0, \ln(x-1) = -1$

8.  $\ln x = 3$

9.  $4x + 2(\ln x + 2) = 0, \log_2 x = 3$

10.  $\log_2(x+1) = -2$

11.  $\log_2(x-1) = \log_2(x+7) + 1$

12.  $\ln(x-3) = \ln(x+2) - \ln(x+7)$

13.  $\ln(x-4) = \ln(x^2 + 20x + 3)$

14.  $\ln \sqrt{x-1} + \ln \sqrt{x+1} = \ln \sqrt{10 - 6x}$

15.  $2\ln(x+1) = \ln(x-1) + \ln(x+3)$

16.  $\frac{1}{2} \ln(1+x) - \ln(x+1) = 0$

## VI. AUTO-ÉVALUATION

Il est souvent indispensable de prendre une décision tout seul et d'en assumer la responsabilité. A l'école comme dans l'entreprise, on a besoin d'une heure de vérité.

**AUTO-EVALUATION**

1. Vrai ou Faux

|  | V | F |
|--|---|---|
| $e^2 + e^2 = 2e^2$                                       |   |   |
| $\ln e^2 = 2 \ln e$                                      |   |   |
| $\ln(e^2 + e^2) = 2 \ln e$                               |   |   |
| $\ln(e^2 + e^2) = \ln e^2 + \ln e$                       |   |   |
| $\ln(e^2 + e^2) = \ln e^2 + 2$                           |   |   |
| $\ln(e^2 + e^2) = \ln e^2 + 2e$                          |   |   |
| $\ln(e^2 + e^2) = \ln e^2 + 2e^2$                        |   |   |
| $\ln(e^2 + e^2) = \ln e^2 + 2e^2 + 2$                    |   |   |
| $\ln(e^2 + e^2) = \ln e^2 + 2e^2 + 2e$                   |   |   |
| $\ln(e^2 + e^2) = \ln e^2 + 2e^2 + 2e + 2$               |   |   |
| $\ln(e^2 + e^2) = \ln e^2 + 2e^2 + 2e + 2e^2$            |   |   |
| $\ln(e^2 + e^2) = \ln e^2 + 2e^2 + 2e + 2e^2 + 2$        |   |   |
| $\ln(e^2 + e^2) = \ln e^2 + 2e^2 + 2e + 2e^2 + 2e^2 + 2$ |   |   |

2. Démontrez  $\ln(e^x + e^{-x}) = x + \ln(1 + e^{-2x})$ .

3. Calculez les limites suivantes :

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - 1}{2x}, \lim_{x \rightarrow 0} (x+1)e^{x^2}, \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3e^{2x} + 1}{e^{2x} - 1}$$

4. Calculez les dérivées des fonctions suivantes :

$$f(x) = \frac{e^x + 1}{e^x - 1}, g(x) = e^{2x}, h(x) = \ln(1 + e^x)$$

5. Calculez une primitive de chacune des fonctions suivantes :

$$f(x) = e^{3x}, g(x) = x^2 e^{3x}$$

$$h(x) = \frac{e^{-x}}{2x^2 + 3}, k(x) = \sin(x) \cos(x)$$

6. Tracez la courbe représentative de la fonction :

$$y = \ln \frac{e^x + 1}{e^x - 1}$$

## VII. PROBLÈMES

La résolution d'un problème nécessite souvent une capacité d'analyse et de synthèse et l'utilisation de différents outils et stratégies. Il faut savoir se servir de tout ce qui est utile pour y parvenir.

**PROBLÈMES**

1. Soit la fonction  $f(x) = \frac{1}{x^2} - \frac{1}{x}$  sur  $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ .  
 a) Étudiez la fonction  $f$ .  
 b) Déterminez les intervalles de croissance et de décroissance de  $f$ .  
 c) Déterminez les intervalles de convexité et de concavité de  $f$ .

2. Soit la fonction  $f(x) = \ln(x^2 + 1)$  sur  $\mathbb{R}$ .  
 a) Étudiez la fonction  $f$ .  
 b) Déterminez les intervalles de croissance et de décroissance de  $f$ .  
 c) Déterminez les intervalles de convexité et de concavité de  $f$ .

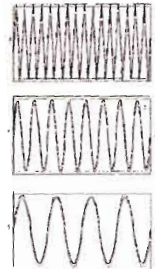
3. Soit la fonction  $f(x) = \ln(x^2 + 1)$  sur  $\mathbb{R}$ .  
 a) Étudiez la fonction  $f$ .  
 b) Déterminez les intervalles de croissance et de décroissance de  $f$ .  
 c) Déterminez les intervalles de convexité et de concavité de  $f$ .

**ESPACE - JEU**

1. Soit un jeu de hasard. On lance un dé à six faces. Si le dé tombe sur 1, 2 ou 3, on gagne 1 franc. Si le dé tombe sur 4, 5 ou 6, on perd 1 franc. On joue jusqu'à ce qu'on ait gagné ou perdu 10 francs. Soit  $X$  le nombre de lancers nécessaires pour gagner ou perdre 10 francs. Soit  $f(x)$  la fonction de répartition de  $X$ .  
 a) Étudiez la fonction  $f$ .  
 b) Déterminez les intervalles de croissance et de décroissance de  $f$ .  
 c) Déterminez les intervalles de convexité et de concavité de  $f$ .

## ESPACE-JEU

Question : Trouver l'aire d'un jeu de hasard malhonnête. Long, "Bonne" dans un rectangle, page 100, chapitre 10.



## VIII. ESPACE-JEU

Il y a des matières qui sont attrayantes pour certains et pas pour d'autres. Que les Mathématiques deviennent intéressantes et, pourquoi pas, passionnantes pour tous est ici notre objectif.

## TABLE DES MATIÈRES

|     |   |     |
|-----|---|-----|
| 1.  | Systemes lineaires.                                     | 11  |
| 2.  | Combinaison.  | 19  |
| 3.  | Module et argument d'un nombre complexe.                | 27  |
| 4.  | Groupes.  | 35  |
| 5.  | Fonctions continues.                                    | 41  |
| 6.  | Fonctions reciproques.                                  | 47  |
| 7.  | Fonctions trigonometriques reciproques.                 | 55  |
| 8.  | Derivees secondes et d'ordre superieur.                 | 63  |
| 9.  | Fonctions logarithmes.                                  | 71  |
| 10. | Fonctions exponentielles.                               | 81  |
| 11. | Fonctions puissances.                                   | 91  |
| 12. | Forme exponentielle d'un nombre complexe non nul.       | 99  |
| 13. | Integrales.   | 107 |
| 14. | Methodes d'integration.                                 | 119 |
| 15. | Applications du calcul integral.                        | 131 |
| 16. | Fonctions circulaires.                                  | 141 |
| 17. | Equations differentielles du premier ordre.             | 151 |
| 18. | Equations differentielles du second ordre.              | 161 |
| 19. | Produit vectoriel-Produit mixte.                        | 169 |
| 20. | Plans et droites.                                       | 178 |
| 21. | Parallélisme-Orthogonalité.                             | 186 |
| 22. | Caracteristiques de position d'une serie statistique.   | 202 |
| 23. | Caracteristiques de dispersion d'une serie statistique. | 212 |
| 24. | Probabilite conditionnelle.                             | 219 |
| 25. | Variables aleatoires reelles.                           | 227 |
| 26. | Loi de Bernoulli-Loi binomiale.                         | 237 |
| 27. | Auto-Evaluation. Reponses et indications.               | 244 |