

Construire les MATHÉMATIQUES

Enseignement Secondaire
Troisième Année
Série Sociologie et Economie



Centre de Recherche et de Développement Pédagogiques



Le Livre
Scolaire
National

Nouveau Programme

SPECIMEN

République Libanaise

Ministère de l'Education Nationale de la Jeunesse et des Sports

CONSTRUIRE LES MATHEMATIQUES

Enseignement Secondaire

Troisième Année

Série Sociologie et Economie

Centre de Recherche et de Développement Pédagogiques



Le Livre
Scolaire
National

Nouveau Programme

■ Coordinateur général des commissions d'auteurs
Victor MELHEM

Lecture
Samia AKL BOUSTANI ■

CONSTRUIRE LES MATHEMATIQUES

Enseignement Secondaire

Troisième Année

Série Sociologie et Economie

Leïla ABI-SALEH NASR (Coordinatrice)

Raymonde MAALOUF

Nazih MOUKADDEM

Wadad SAAD

Georges M. EID

Sami C. EID

Georges L. FAYSAL

Centre de Recherche et de Développement Pédagogiques



La Société Éducative

pour l'Impression, l'Édition et la Distribution S.A.R.L.

■ Recherche documentaire : Groupe iconographique, CRDP
■ Edition et Distribution :



La Société Éducative

pour l'impression, l'Édition et la Distribution S.A.R.L.

Printing: Modern Printing Center

© CRDP 2000, Sin-EI-Fil - Liban, B.P: 55264

Tous droits réservés au CRDP

4^{ème} impression 2009

LE PROJET DU LIVRE SCOLAIRE NATIONAL

Avec la parution des manuels scolaires de la troisième année de chacun des quatre cycles d'enseignement, le Centre de Recherche et de Développement Pédagogiques achève la dernière étape du projet de rédaction des manuels conformes aux nouveaux programmes. Aussi mettons-nous ces livres entre les mains des apprenants et des enseignants, dans l'espoir d'accomplir une transition progressive vers l'acquisition de savoirs scientifiques solides et modernes, au moyen d'outils pédagogiques avancés et de méthodes d'apprentissage évoluées, suscitant la réflexion et la recherche individuelle et favorisant les situations comportementales qui renforcent le sentiment d'appartenance nationale et privilégient le respect des valeurs.

Si la révolution dans le domaine des technologies de l'information et de la communication est pratiquement en passe de reléguer le manuel scolaire à une position de second ordre, il n'en reste pas moins que le livre au Liban, comme dans la plupart des pays environnants, demeure le principal moyen d'apprentissage. Il s'avère donc absolument nécessaire d'accorder à la rédaction des manuels tout l'intérêt et le soin qu'une telle activité mérite, tant au plan du contenu du manuel qu'à celui de sa présentation générale, sans en faire pour autant l'outil pédagogique exclusif de l'apprenant car le livre devrait surtout constituer une voie d'accès à d'autres sources d'information. Aussi, ce dernier ne devrait-il pas représenter une fin en soi mais plutôt nous permettre de réaliser la finalité principale de la réforme éducative, à savoir: garder l'apprenant au centre du processus d'enseignement-apprentissage.

Nous ne cherchons pas à déprécier le travail accompli ou à mettre en doute les bonnes intentions, qui, nous en sommes certains, ont animé tous nos comités d'auteurs. Néanmoins, malgré le louable investissement de tous ceux qui ont œuvré pour la réussite de cette entreprise et dont nous apprécions les efforts, nous nous devons de signaler que l'on peut relever certaines imperfections dans les livres parus ces deux dernières années.

Nous pensons, par ailleurs, que la critique constructive représente un premier pas vers le perfectionnement des manuels, c'est pourquoi nous vous engageons tous à nous adresser vos remarques surtout si elles sont faites dans l'intention d'améliorer les performances de nos auteurs.

C'est dans cette perspective que le CRDP a, dès cette année et comme prévu, entamé l'évaluation des nouveaux programmes, des manuels y afférents, de la formation des enseignants ainsi que des résultats scolaires. Cette action est centrée sur l'identification des objectifs atteints et de ceux qu'il n'a pas été possible de réaliser. Elle permettra, d'une part, de persévérer dans toute orientation qui aurait fait ses preuves et de l'autre, de faire les modifications nécessaires.

Nous nous proposons, d'ores et déjà, de procéder au remaniement de nos publications ce qui, nous l'espérons, apportera une contribution concrète à l'amélioration des contenus, dans le but d'assurer à nos élèves le meilleur livre possible.

AVANT-PROPOS

Cet ouvrage destiné aux élèves de troisième année secondaire - série Économie et Sciences Sociales - a été composé dans le souci majeur d'être conforme à l'esprit et au contenu du nouveau programme de 1997.

Il a pour but d'assurer, aux élèves de cette classe, une solide formation mathématique qui les prépare au baccalauréat, et qui pourra leur servir aussi, à l'avenir, quels que soient leurs projets universitaires. A cet effet nous nous sommes efforcés d'atteindre les objectifs cognitifs requis par des méthodes qui ont déjà fait leurs preuves en Didactique. Créer un climat de classe active où les élèves participent à la construction de leur savoir s'imposait donc comme démarche pédagogique première. C'est pourquoi des activités introductives, qui incitent les élèves, à partir de leurs connaissances antérieures, à découvrir la nouvelle notion ou, tout au moins, les prédisposent, à ce nouvel acquis, figurent au début de chaque chapitre. Mieux encore, en vue de la compréhension, par tous les élèves, des connaissances nouvelles, une formulation claire du cours, la preuve de certaines propriétés présentées sans formalisation excessive, pour éviter la surcharge, un grand nombre d'exemples ont été formulés. Un "bilan-méthode" qui résume les éléments essentiels à retenir, ainsi que des conseils concernant les méthodes à suivre et les erreurs à éviter, servira de référence pour la résolution des problèmes.

Il va de soi que l'exploitation de situations spécifiques s'imposait afin d'aborder la modélisation et de donner un sens au contenu mathématique de chaque chapitre. Par ailleurs, la nécessité de traduire des données graphiquement, de même que celle de lire et d'interpréter certaines représentations graphiques nous a conduit à mettre l'accent sur le cadre graphique. De plus, nous avons favorisé l'emploi de la calculatrice, afin que l'élève puisse vérifier certains résultats ou certaines représentations graphiques et pour lui épargner des calculs trop longs faits au détriment de l'exercice de son raisonnement. Nous avons aussi jugé pertinent de proposer certains problèmes extraits des "Annales du bac", pour mettre l'élève devant des problèmes de synthèse et dans l'ambiance des examens.

Il nous faut souligner, enfin, que l'enseignement que développe cet ouvrage, essentiellement axé sur des situations économiques et sociales, vise à harmoniser les mathématiques de base avec ces disciplines.

Cet ouvrage n'est, en définitive, qu'un outil mis à la disposition du maître, il lui appartient d'initier l'élève à l'exploiter au mieux de ses possibilités, avec l'espoir qu'il répondra à son attente.

Les auteurs

COMMENT SE SERVIR DE CE MANUEL

DANS CHAQUE CHAPITRE FIGURENT LES RUBRIQUES SUIVANTES

I. INTRODUCTION

On présente, dans cette rubrique, les raisons qui ont conduit à l'élaboration de la nouvelle notion, son utilité, ainsi que son champ d'application. On y présente aussi, les objectifs généraux, notionnels et méthodologiques, du chapitre et finalement les objectifs spécifiques.



II. CONNAISSANCES REQUISES

Les propriétés que l'élève doit connaître pour aborder, le chapitre sont citées dans cette rubrique. Dans certains cas, on y fait figurer les formules nécessaires au traitement des activités ou à la compréhension de la nouvelle notion.

III. ACTIVITÉS

Les activités qui figurent dans cette rubrique sont, soit des activités de rappel, soit des activités introductives.

- On a eu recours aux activités de rappel, chaque fois qu'on a jugé que l'élève pouvait avoir une connaissance insuffisante des pré-requis indispensables à l'approche de la nouvelle notion.
- Les activités introductives répondent à un souci didactique majeur. En effet, c'est à travers elles que nous cherchons à amener l'élève à construire, par une démarche qui lui est propre, son savoir mathématique. Il s'agit, non pas de communiquer de nouvelles informations, mais de faire en sorte que ces informations soient les seules réponses à la situation problème que représente l'activité. Les activités peuvent se faire par les élèves, soit individuellement soit par petits groupes. Nous conseillons vivement de donner la préférence au travail de groupe si, toutefois, il n'y a pas d'empêchement d'ordre administratif.



IV. COURS

La synthèse et la généralisation des résultats trouvés, par les élèves, dans les activités, se feront, par le professeur, dans cette partie du chapitre qui lui est réservée. Certaines propriétés seront démontrées dans le double but de permettre aux élèves, d'une part, de mieux comprendre la notion et de la lier aux autres notions, et d'autres part, d'avoir un modèle de démonstration qu'ils pourront appliquer dans la résolution des problèmes et dans la validation de leurs résultats.

Cette rubrique comportera donc :

- les définitions et notations;
- les propriétés nouvellement introduites;
- les démonstrations de certaines propriétés;
- une recontextualisation de la notion à l'aide d'un exemple concret ayant un habillage différent de celui de l'activité introductive;
- des remarques d'ordre méthodologique ou apportant des informations supplémentaires figurent, soit dans le texte courant, soit dans la marge;
- des exercices résolus en grand nombre.



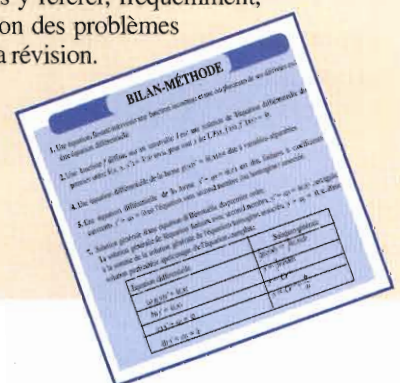
V. BILAN-MÉTHODE

L'objectif du bilan-méthode est de développer le savoir-faire de l'élève, en l'aidant à exploiter aux mieux les nouvelles connaissances, dans la résolution des problèmes.

Dans cette rubrique nous indiquons :

- les résultats essentiels du cours;
- les situations où l'on a intérêt à appliquer les notions objets du chapitre;
- des conseils pratiques pour résoudre certains problèmes;
- les erreurs à éviter.

L'élève pourra s'y référer, fréquemment, pour la résolution des problèmes ainsi que pour la révision.



VI. EXERCICES

Les exercices visent à entraîner l'élève à la maîtrise de tous les objectifs spécifiques du cours ainsi que de la nouvelle terminologie et des nouvelles notations. Ils sont de niveau taxonomique élémentaire: connaissance, compréhension et application (dans la taxonomie de Bloom).

EXERCICES

1. Trouver la solution générale de l'équation aux différences finies $U_{n+1} = 2U_n + 3$ (n ≥ 0) et déterminer la solution qui vérifie $U_0 = 1$. Entièrement résolu.
2. Trouver la solution générale de l'équation aux différences finies $U_{n+1} = 2U_n + 6$ (n ≥ 0) et déterminer la solution qui vérifie $U_0 = 0$.
3. Trouver la solution de l'équation aux différences finies $U_{n+1} = -4 + 2U_n$ (n ≥ 0) sachant $U_0 = 1$ et déterminer U_2 .
4. Trouver la solution de l'équation aux différences finies $U_{n+1} = 4U_n + 9$ (n ≥ 0) sachant $U_0 = 1$ et déterminer U_2 .
5. Trouver la solution de l'équation aux différences finies $U_{n+1} = 10 + 1U_n$ (n ≥ 0) sachant $U_0 = 2$ et déterminer U_2 .
6. Vérifier que la suite 1, 3, 5, ..., 2n-1 (n ≥ 1) satisfait l'équation aux différences finies $U_n = U_{n-1} + 2$ pour n ≥ 1.
7. Déterminer laquelle des relations de récurrence suivantes sont des équations linéaires aux différences finies de second ordre à coefficients constants.
 - a) $U_n = 3U_{n-1} + 2$
 - b) $U_n = 4U_{n-1} - 2U_{n-2} + 3n + 2$
 - c) $U_n = 4U_{n-1} - 2U_{n-2} + 3n + 2$
 - d) $U_n = U_{n-1} - 2U_{n-2} + 3n + 2$
 - e) $U_n = 2U_{n-1} + n$
8. Trouver les 5 premiers termes de la solution de l'équation aux différences finies $U_{n+1} = 2U_n + 4n + 2$ sachant $U_0 = 1$ et $U_1 = 2$.
9. Trouver les 3 premiers termes de la solution de l'équation aux différences finies $U_{n+1} = U_{n-1} + 1$ (n ≥ 2) sachant $U_0 = 1$ et $U_1 = 2$.
10. Vérifier que la suite 1, 3, 5, ..., 2n-1 (n ≥ 1) satisfait l'équation aux différences finies $U_n = 3U_{n-1} - 2U_{n-2}$ pour n ≥ 2.
11. Considérons l'équation aux différences finies $U_{n+1} = 5U_n + 4U_{n-1} - 4U_{n-2}$ (n ≥ 2). Trouver la solution générale de cette équation.
12. Considérons l'équation aux différences finies $U_{n+1} = 4U_n + 2$ (n ≥ 0). Trouver la solution générale de cette équation.
13. Considérons l'équation aux différences finies $U_{n+1} = 4U_n + 2$ (n ≥ 0). Trouver la solution générale de cette équation.
14. Trouver la solution de l'équation aux différences finies $U_{n+1} = 4U_n - 2U_{n-1} - 2U_{n-2}$ (n ≥ 2) sachant $U_0 = 1$ et $U_1 = 0$.
15. Trouver la solution de l'équation aux différences finies $U_{n+1} = 4U_n - 2U_{n-1} - 2U_{n-2}$ (n ≥ 2) sachant $U_0 = 1$ et $U_1 = 0$.
16. Trouver la solution de l'équation aux différences finies $U_{n+1} = 4U_n - 2U_{n-1} - 2U_{n-2}$ (n ≥ 2) sachant $U_0 = 1$ et $U_1 = 0$.
17. a) Vérifier que la suite $U_n = 2^n$ satisfait l'équation aux différences finies $U_{n+1} = 2U_n$ (n ≥ 0). b) Déterminer la solution générale de cette équation.
18. Déterminer la solution particulière de l'équation aux différences finies $U_{n+1} = 2U_n + 3n + 2$ sachant $U_0 = 1$ et $U_1 = 2$.

VIII. PROBLÈMES

Les problèmes sont essentiellement de synthèse. Ils portent, aussi bien, sur les notions nouvellement introduites, que sur celles qui les précèdent. Ils exigent, de la part de l'élève, qu'il élabore lui-même un processus de résolution.

Il est fortement recommandé aux élèves, qui disposent d'une calculatrice scientifique programmable, de s'en servir dans la résolution de certains problèmes qui nécessitent de longs calculs, en particulier dans ceux où il y a la mention "Bac".

L'objectif visé à travers ces problèmes étant que

l'élève trouve la démarche à suivre plutôt que de faire des calculs fastidieux

PROBLÈMES

1. On considère l'équation aux différences finies $U_{n+1} = 2U_n + 3$ (n ≥ 0). a) Trouver la solution générale de cette équation. b) Trouver la solution qui vérifie $U_0 = 1$. c) Trouver la solution qui vérifie $U_0 = 1$ et $U_1 = 2$. d) Trouver la solution qui vérifie $U_0 = 1$ et $U_1 = 2$ et $U_2 = 3$.
2. On considère l'équation aux différences finies $U_{n+1} = 2U_n + 3$ (n ≥ 0). a) Trouver la solution générale de cette équation. b) Trouver la solution qui vérifie $U_0 = 1$. c) Trouver la solution qui vérifie $U_0 = 1$ et $U_1 = 2$. d) Trouver la solution qui vérifie $U_0 = 1$ et $U_1 = 2$ et $U_2 = 3$.
3. On considère l'équation aux différences finies $U_{n+1} = 2U_n + 3$ (n ≥ 0). a) Trouver la solution générale de cette équation. b) Trouver la solution qui vérifie $U_0 = 1$. c) Trouver la solution qui vérifie $U_0 = 1$ et $U_1 = 2$. d) Trouver la solution qui vérifie $U_0 = 1$ et $U_1 = 2$ et $U_2 = 3$.
4. On considère l'équation aux différences finies $U_{n+1} = 2U_n + 3$ (n ≥ 0). a) Trouver la solution générale de cette équation. b) Trouver la solution qui vérifie $U_0 = 1$. c) Trouver la solution qui vérifie $U_0 = 1$ et $U_1 = 2$. d) Trouver la solution qui vérifie $U_0 = 1$ et $U_1 = 2$ et $U_2 = 3$.

VII. AUTO-ÉVALUATION

L'auto-évaluation portera, comme les exercices, sur les objectifs spécifiques du cours pris, en général, isolément. Elle a pour but de permettre à l'élève de contrôler son propre savoir et de le pousser à revoir le cours au cas où il constate qu'il ne maîtrise pas certains de ces objectifs. La solution des exercices de cette rubrique figure à la fin du manuel.

AUTO-ÉVALUATION

1. Répondre par VRAI ou FAUX aux propositions suivantes:
 - a) L'intérêt simple est un intérêt calculé sur le capital initial pendant toute la durée de l'opération.
 - b) Un capital placé pendant 2 ans, à un taux d'intérêt simple, produit plus que le double de l'intérêt qu'il pourrait produire en 1 an.
 - c) L'intérêt simple est utilisé pour les emprunts et les placements à long terme.
 - d) La valeur actuelle de la valeur acquise est donnée par la formule $C = C_1(1 + m)$.
2. Remplissez les espaces vides:
 - a) Le nombre exact de jours du 22 juillet 1999 au 15 décembre 1999 est ...
 - b) L'intérêt simple d'un prêt de 1 300 \$, à un taux annuel de 9%, du 22 juillet au 15 décembre est ...
 - c) La valeur acquise par un capital est la somme de ... et de ...
 - d) La valeur acquise peut être aussi appelée la valeur ...
 - e) La valeur actuelle peut être aussi appelée la ...
3. Convertissez 120 jours en années. Exprimez votre réponse sous forme décimale.

IX. ESPACE-JEU

Il s'agit là d'une situation - problème où l'élève est mis en situation de recherche. Il a à faire des conjectures pour avoir une idée de la solution, puis à élaborer une stratégie de résolution. Nous souhaitons que le maître puisse organiser des séances de travail de groupe, en classe, pour traiter ces problèmes, à défaut de quoi, les élèves pourront les travailler individuellement chez eux.

ESPACE-JEU

Suivre l'aiguille...

Sur la figure ci-contre, on a représenté une aiguille qui tourne et qui peut s'arrêter au hasard dans n'importe quelle position. Le grand cercle est partagé en 4 régions égales notées a, b, c et d et le petit cercle est partagé en 3 régions égales numérotées 1, 2 et 3 comme c'est indiqué sur la figure. Les notations utilisées ci-dessous étant facilement identifiables, trouver les probabilités suivantes:

$P(a), P(b), P(c), P(d), P(1), P(2), P(3), P(1, a), P(1, b), P(1, c), P(1, d), P(2, a), P(2, b), P(2, c), P(2, d), P(3, a), P(3, b), P(3, c), P(3, d)$

REMARQUE

Les "Fonctions de l'économie et des Sciences Sociales" représentent des applications aux différentes notions mathématiques introduites dans ce livre. Elles ont été traitées dans le chapitre 23 mais elles figurent aussi dans les chapitres précédents. Il revient au maître de se référer à ce chapitre ou d'y référer l'élève chaque fois qu'il le juge nécessaire.

